平面向量2

1.已知向量a=(2,3),b=(3,2),则|a-b|= (　　)

A. B.2 C.5 D.50

1.A　∵a=(2,3),b=(3,2),

∴a-b=(-1,1),

∴|a-b|==,故选A.

2.已知向量a=(2,2),b=(-8,6),则cos<a,b>=　　　　.

2.答案　-

解析　由题意知cos<a,b>===-.

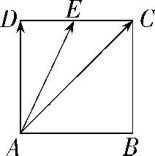
3.已知向量a=(2,6),b=(-1,λ).若a∥b,则λ=　　　　.

3.答案　-3

解析　∵a=(2,6),b=(-1,λ),a∥b,

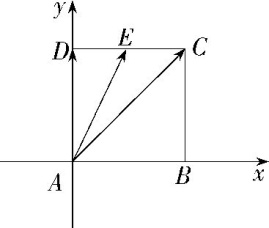
∴2λ-6×(-1)=0,∴λ=-3.

4.如图,正方形ABCD中,E为DC的中点,若=λ+μ,则λ-μ的值为 (　　)



A.3 B.2 C.1 D.-3

4.D　如图,建立平面直角坐标系.



设AB=2,则A(0,0),C(2,2),D(0,2),E(1,2),

∴=(0,2),=(2,2),=(1,2),

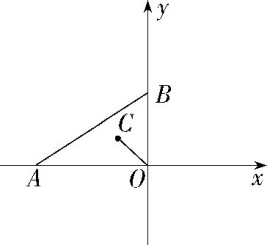
∵=λ+μ,

∴(0,2)=λ(2,2)+μ(1,2),

∴∴

∴λ-μ=-3,故选D.

5.如图,已知A(-3,0),B(0,2),O为坐标原点,点C在第二象限内,且∠AOC=45°,设=λ+(1-λ)(λ∈R),则λ的值为 (　　)



A. B. C. D.

5.C　∵A(-3,0),B(0,2),∴=λ+(1-λ)=(-3λ,2-2λ),∴C(-3λ,2-2λ).

又∵∠AOC=45°,点C在第二象限内,

∴2-2λ=3λ,∴λ=.

6.已知=(2,3),=(3,t),||=1,则·= (　　)

A.-3 B.-2 C.2 D.3

6.C　∵=-=(1,t-3),

∴||==1,∴t=3,

∴·=(2,3)·(1,0)=2.

7.已知集合M={a|a=(1,2)+λ1(3,4),λ1∈R},N={a|a=(-2,-2)+λ2(4,5),λ2∈R},则M∩N等于 (　　)

A.{(1,2)} B.{(1,2),(-2,-2)}

C.{(-2,-2)} D.⌀

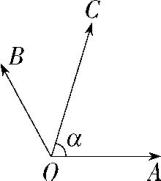
7.C　令(1,2)+λ1(3,4)=(-2,-2)+λ2(4,5),

即(1+3λ1,2+4λ1)=(-2+4λ2,-2+5λ2),

∴解得

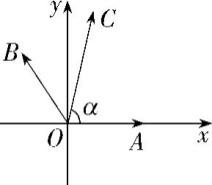
故M与N只有一个公共元素(-2,-2),即M∩N={(-2,-2)}.

8.如图,在同一个平面内,向量,,的模分别为1,1,,与的夹角为α,且tan α=7,与的夹角为45°.若=m+n(m,n∈R),则m+n=　　　　.



8.答案　3

解析　如图所示,建立平面直角坐标系.



由题得A(1,0),=(1,0).

∵与的夹角为α,且tan α=7,

∴cos α=,sin α=,

又∵||=,∴C,即=.

∵cos(α+45°)=(cos α-sin α)=-,

sin(α+45°)=(sin α+cos α)=,

∴B,即=.

∵=m+n(m,n∈R),

∴解得∴m+n=3.

9.设向量a=(λ+2,λ2-cos2θ),b=,其中λ,μ,θ∈R.若a=2b,则的最小值为　　　　.

9.答案　-6

解析　∵a=2b,

∴消去λ,得4μ2-9μ+4=cos2θ+2sin θ=-sin2θ+2sin θ+1=

-(sin θ-1)2+2,又-2≤-(sin θ-1)2+2≤2,∴-2≤4μ2-9μ+4≤2,解得≤μ≤2,∴≤≤4,

∴-8≤-≤-1.又λ=2μ-2,∴=2-,则-6≤≤1,故的最小值为-6.

10.已知向量a=(-1,2),b=(m,1).若向量a+b与a垂直,则m=　　　　.

10.答案　7

解析　∵a=(-1,2),b=(m,1),

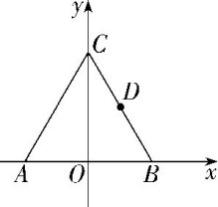
∴a+b=(m-1,3),又(a+b)⊥a,

∴(a+b)·a=-(m-1)+6=0,解得m=7.

11.已知△ABC是边长为2的等边三角形,P为平面ABC内一点,则·(+)的最小值是 (　　)

A.-2 B.- C.- D.-1

11.B　以AB所在直线为x轴,AB的中点为原点建立平面直角坐标系,如图,



则A(-1,0),B(1,0),C(0,),设P(x,y),取BC的中点D,则D.·(+)=2·=2(-1-x,-y)·=2(x+1)·+y·=2+-.

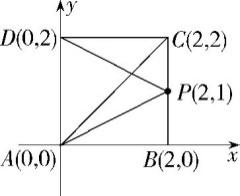
因此,当x=-,y=时,·(+)取得最小值,为2×=-,故选B.

12.已知正方形ABCD的边长为2,点P满足=(+),则||=　　　　;·=　　　　.

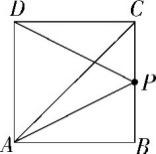
12.答案　;-1

解析　解法一:∵=(+),∴P为BC的中点.以A为原点,建立如图所示的平面直角坐标系,由题意知A(0,0),B(2,0),C(2,2),D(0,2),P(2,1),

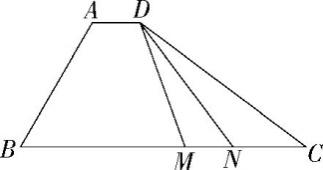
∴||==,=(0,-1),=(-2,1),∴·=(0,-1)·(-2,1)=-1.



解法二:如图,在正方形ABCD中,由=(+)得点P为BC的中点,∴||=,·=·(+)=·+·=·=1×1×cos 180°=-1.

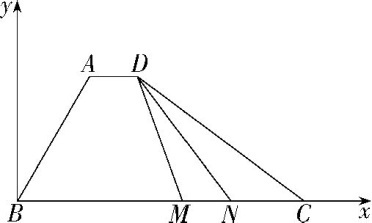


13.如图,在四边形ABCD中,∠B=60°,AB=3,BC=6,且=λ,·=-,则实数λ的值为　　　　,若M,N是线段BC上的动点,且||=1,则·的最小值为　　　　.



13.答案　;

解析　以B为原点,BC所在直线为x轴,过B且垂直于BC的直线为y轴建立平面直角坐标系,如图所示,



则B(0,0),A,C(6,0),则=λ=λ(6,0)=(6λ,0),=,

∵·=6λ×+0×=-9λ=-,∴λ=.

∴=(1,0),∴D,

不妨设M(x,0),N(x+1,0),且x∈[0,5],

∴=,

=.

∴·=+=x2-4x++=(x-2)2+,∴当且仅当x=2时,·取最小值.

14.在四边形ABCD中,AD∥BC,AB=2,AD=5,∠A=30°,点E在线段CB的延长线上,且AE=BE,则·=　　　　.

14.答案　-1

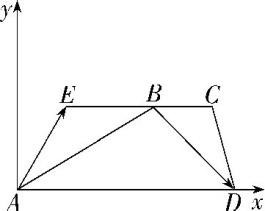
解析　解法一:∵∠BAD=30°,AD∥BC,

∴∠ABE=30°,

又EA=EB,∴∠EAB=30°,

在△EAB中,AB=2,∴EA=EB=2.

以A为坐标原点,AD所在直线为x轴建立如图所示的平面直角坐标系.



则A(0,0),D(5,0),E(1,),B(3,),

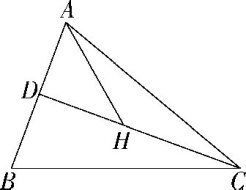
∴=(2,-),=(1,),

∴·=(2,-)·(1,)=-1.

15.在△ABC中,D是AB的中点,H是CD的中点,若=λ+μ(λ,μ∈R),则λ+μ= (　　)

A. B. C. D.

15.B　如图,



∵D为AB的中点,H为DC的中点,

∴=(+)==+=+(+)=+,∴λ=,μ=,∴λ+μ=.

故选B.

16(多选)设向量a=(k,2),b=(1,-1),则下列叙述错误的是 (　　)

A.若k<2,则a与b的夹角为钝角

B.|a|的最小值为2

C.与b共线的单位向量只有一个,为

D.若|a|=2|b|,则k=2或-2

16.ACD　对于A选项,若a与b的夹角为钝角,则a·b<0,且a与b不共线,

所以解得k<2且k≠-2,

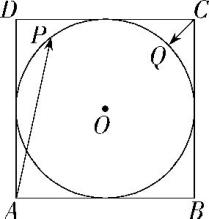
所以A中叙述错误;

对于B选项,|a|=≥=2,当且仅当k=0时,等号成立,所以B中叙述正确;

对于C选项,|b|=,与b共线的单位向量为±,即与b共线的单位向量为或,所以C中叙述错误;

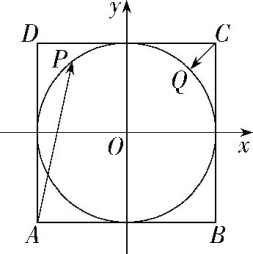
对于D选项,因为|a|=2|b|=2,所以=2,解得k=±2,所以D中叙述错误.故选ACD.

17如图,圆O是边长为2的正方形ABCD的内切圆,若P,Q是圆O上的两个动点,则·的最小值为 (　　)



A.-6 B.-3-2 C.-3+ D.-4

17.B　以O为坐标原点建立如图所示的平面直角坐标系,则A(-1,-1),C(1,1),P,Q在以O为圆心的单位圆上.



设P(cos α,sin α),Q(cos β,sin β),

∴=(cos α+1,sin α+1),=(cos β-1,sin β-1).

∴·=(cos α+1)·(cos β-1)+(sin α+1)·(sin β-1)

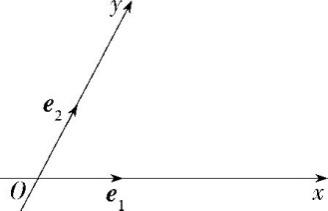
=cos αcos β+cos β-cos α-1+sin αsin β+sin β-sin α-1

=(cos αcos β+sin αsin β)+(sin β+cos β)-(sin α+cos α)-2

=cos(α-β)+sinβ+-sinα+-2.

当cos(α-β)=-1,sinβ+=-1,且sinα+=1时,·有最小值,最小值为-3-2,故选B.

18.如图,设Ox,Oy是平面内相交成60°角的两条数轴,e1,e2分别是与x轴,y轴正方向同向的单位向量,若向量=xe1+ye2,则把有序实数对(x,y)叫做向量在坐标系中的坐标,假设在坐标系中的坐标为(2,-1),则||=　　　　.



18.答案

解析　∵在坐标系中的坐标为(2,-1),

∴=2e1-e2,∴||====.

19.已知向量=(k,12),=(4,5),=(-k,10),若||=||,则k=　　　　;若A,B,C三点共线,则k=　　　　.

19.答案　;-

解析　∵向量=(k,12),=(4,5),=(-k,10),

∴=-=(4-k,-7),=-=(-k-4,5).

若||=||,

则=,

解得k=.

若A,B,C三点共线,则向量,共线,

∴5(4-k)=-7(-k-4),解得k=-.

20.已知向量a=(cos θ,sin θ),向量b=(,-1),则|2a-b|的最大值为　　　　.

20.答案　4

解析　设a,b的夹角为α,α∈[0,π],

因为a2=|a|2=1,b2=|b|2=4,

所以|2a-b|====,

因为α∈[0,π],所以-1≤cos α≤1,

所以0≤8-8cos α≤16.

所以0≤≤4,

所以的最大值为4,

即|2a-b|的最大值为4.

21.已知非零向量a,b,c满足a·b=0,a·c=b·c,且|a-b|=2,则的最大值为　　　　.

21.答案　1

解析　设=a,=b,由a·b=0可得,⊥,以O为原点,,所在直线分别为x轴、y轴建立平面直角坐标系(图略).

设a=(m,0),b=(0,n),m,n>0,c=(x,y),

则

∴===,

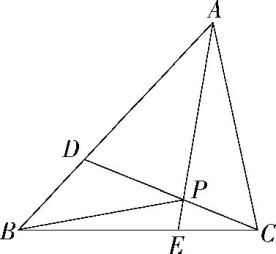
又+=(m2+n2)=≥=1,当且仅当m=n时取等号,

∴0<≤1,故的最大值为1.

22.如图,在△ABC中,D、E分别为边AB、BC上的点,且AD∶DB=BE∶EC=2∶1,AE与CD交于点P,假设存在λ和μ,使=λ,=μ,=a,=b.

(1)求λ和μ的值;

(2)用a,b表示.



22.解析　(1)由于=a,=b,所以=+=-a+b,=λ=λ,=+=-a+b,=+

=+=-a+μ,

所以λ=-a+μ,所以解得

(2)由(1)得,=+=a+×=a+b.

23.已知=(-1,1),=(0,-1),=(1,m).

(1)若A,B,C三点共线,求实数m的值;

(2)证明:对任意实数m,·≥1恒成立.

23.解析　(1)∵=(-1,1),=(0,-1),=(1,m),

∴=-=(1,-2),

=-=(1,m+1),

∵A,B,C三点共线,

∴∥,∴1×(m+1)=-2×1,∴m=-3.

(2)证明:∵=-=(-2,1-m),=-=(-1,-1-m),

∴·=-2×(-1)+(1-m)×(-1-m)=m2+1≥1,

∴对任意实数m,恒有·≥1成立.

24.已知向量a=,b=,且x∈.

(1)求a·b及|a+b|;

(2)求函数f(x)=a·b+|a+b|的最小值,并求使函数f(x)取得最小值时x的值.

24.解析　(1)由题意得,a·b=-cos ·cos +sin sin =-cos 2x,|a+b|=

=

==2|sin x|,

∵x∈,∴-1≤sin x≤0,

∴|a+b|=-2sin x.

(2)由(1)得, f(x)=a·b+|a+b|=-cos 2x-2sin x=2sin2x-2sin x-1=2-.∵x∈,∴-1≤sin x≤0,

∴当sin x=0,即x=π时, f(x)min=-1.

25.已知向量u=(x,y)与向量ν=(y,2y-x)的对应关系用ν=f(u)表示.

(1)设a=(1,1),b=(1,0),求向量f(a)及f(b)的坐标;

(2)求使f(c)=(p,q)(p、q为常数)的向量c的坐标;

(3)求证:对于任意向量a、b及常数m、n,恒有f(ma+nb)=mf(a)+nf(b)成立.

25.解析　(1)f(a)=(1,2×1-1)=(1,1),f(b)=(0,2×0-1)=(0,-1).

(2)设c=(x,y),则f(c)=(y,2y-x)=(p,q).

∴y=p,2y-x=q,∴x=2p-q.

∴向量c=(2p-q,p).

(3)证明:设a=(a1,a2),b=(b1,b2),则ma+nb=(ma1+nb1,ma2+nb2),

∴f(ma+nb)=(ma2+nb2,2ma2+2nb2-ma1-nb1),

mf(a)+nf(b)=m(a2,2a2-a1)+n(b2,2b2-b1)=(ma2+nb2,2ma2+2nb2-ma1-nb1).

∴f(ma+nb)=mf(a)+nf(b).

∴对于任意向量a、b及常数m、n,恒有f(ma+nb)=mf(a)+nf(b)成立.