平面向量2

1.已知向量a=(2,3),b=(3,2),则|a-b|= (　　)

A.$\sqrt{2}$ B.2 C.5$\sqrt{2}$ D.50

1.A　∵a=(2,3),b=(3,2),

∴a-b=(-1,1),

∴|a-b|=$\sqrt{(-1)^{2}+1^{2}}$=$\sqrt{2}$,故选A.

2.已知向量a=(2,2),b=(-8,6),则cos<a,b>=　　　　.

2.答案　-$\frac{\sqrt{2}}{10}$

解析　由题意知cos<a,b>=$\frac{a·b}{|a|·|b|}$=$\frac{2×(-8)+2×6}{\sqrt{2^{2}+2^{2}}×\sqrt{(-8)^{2}+6^{2}}}$=-$\frac{\sqrt{2}}{10}$.

3.已知向量a=(2,6),b=(-1,λ).若a∥b,则λ=　　　　.

3.答案　-3

解析　∵a=(2,6),b=(-1,λ),a∥b,

∴2λ-6×(-1)=0,∴λ=-3.

4.如图,正方形ABCD中,E为DC的中点,若$\vec{AD}$=λ$\vec{AC}$+μ$\vec{AE}$,则λ-μ的值为 (　　)



A.3 B.2 C.1 D.-3

4.D　如图,建立平面直角坐标系.



设AB=2,则A(0,0),C(2,2),D(0,2),E(1,2),

∴$\vec{AD}$=(0,2),$\vec{AC}$=(2,2),$\vec{AE}$=(1,2),

∵$\vec{AD}$=λ$\vec{AC}$+μ$\vec{AE}$,

∴(0,2)=λ(2,2)+μ(1,2),

∴$\left\{\begin{matrix}0=2λ+μ,\\2=2λ+2μ,\end{matrix}\right.$∴$\left\{\begin{matrix}λ=-1,\\μ=2.\end{matrix}\right.$

∴λ-μ=-3,故选D.

5.如图,已知A(-3,0),B(0,2),O为坐标原点,点C在第二象限内,且∠AOC=45°,设$\vec{OC}$=λ$\vec{OA}$+(1-λ)$\vec{OB}$(λ∈R),则λ的值为 (　　)



A.$\frac{1}{5}$ B.$\frac{1}{3}$ C.$\frac{2}{5}$ D.$\frac{2}{3}$

5.C　∵A(-3,0),B(0,2),∴$\vec{OC}$=λ$\vec{OA}$+(1-λ)$\vec{OB}$=(-3λ,2-2λ),∴C(-3λ,2-2λ).

又∵∠AOC=45°,点C在第二象限内,

∴2-2λ=3λ,∴λ=$\frac{2}{5}$.

6.已知$\vec{AB}$=(2,3),$\vec{AC}$=(3,t),|$\vec{BC}$|=1,则$\vec{AB}$·$\vec{BC}$= (　　)

A.-3 B.-2 C.2 D.3

6.C　∵$\vec{BC}$=$\vec{AC}$-$\vec{AB}$=(1,t-3),

∴|$\vec{BC}$|=$\sqrt{1^{2}+(t-3)^{2}}$=1,∴t=3,

∴$\vec{AB}$·$\vec{BC}$=(2,3)·(1,0)=2.

7.已知集合M={a|a=(1,2)+λ1(3,4),λ1∈R},N={a|a=(-2,-2)+λ2(4,5),λ2∈R},则M∩N等于 (　　)

A.{(1,2)} B.{(1,2),(-2,-2)}

C.{(-2,-2)} D.⌀

7.C　令(1,2)+λ1(3,4)=(-2,-2)+λ2(4,5),

即(1+3λ1,2+4λ1)=(-2+4λ2,-2+5λ2),

∴$\left\{\begin{matrix}1+3λ\_{1}=-2+4λ\_{2},\\2+4λ\_{1}=-2+5λ\_{2},\end{matrix}\right.$解得$\left\{\begin{matrix}λ\_{1}=-1,\\λ\_{2}=0.\end{matrix}\right.$

故M与N只有一个公共元素(-2,-2),即M∩N={(-2,-2)}.

8.如图,在同一个平面内,向量$\vec{OA}$,$\vec{OB}$,$\vec{OC}$的模分别为1,1,$\sqrt{2}$,$\vec{OA}$与$\vec{OC}$的夹角为α,且tan α=7,$\vec{OB}$与$\vec{OC}$的夹角为45°.若$\vec{OC}$=m$\vec{OA}$+n$\vec{OB}$(m,n∈R),则m+n=　　　　.



8.答案　3

解析　如图所示,建立平面直角坐标系.



由题得A(1,0),$\vec{OA}$=(1,0).

∵$\vec{OA}$与$\vec{OC}$的夹角为α,且tan α=7,

∴cos α=$\frac{\sqrt{2}}{10}$,sin α=$\frac{7\sqrt{2}}{10}$,

又∵|$\vec{OC}$|=$\sqrt{2}$,∴C$\left(\frac{1}{5},\frac{7}{5}\right)$,即$\vec{OC}$=$\left(\frac{1}{5},\frac{7}{5}\right)$.

∵cos(α+45°)=$\frac{\sqrt{2}}{2}$(cos α-sin α)=-$\frac{3}{5}$,

sin(α+45°)=$\frac{\sqrt{2}}{2}$(sin α+cos α)=$\frac{4}{5}$,

∴B$\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$,即$\vec{OB}$=$\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$.

∵$\vec{OC}$=m$\vec{OA}$+n$\vec{OB}$(m,n∈R),

∴$\left\{\begin{matrix}\frac{1}{5}=m-\frac{3}{5}n,\\\frac{7}{5}=\frac{4}{5}n,\end{matrix}\right.$解得$\left\{\begin{matrix}m=\frac{5}{4},\\n=\frac{7}{4},\end{matrix}\right.$∴m+n=3.

9.设向量a=(λ+2,λ2-cos2θ),b=$\left(μ,\frac{μ}{2}+sinθ\right)$,其中λ,μ,θ∈R.若a=2b,则$\frac{λ}{μ}$的最小值为　　　　.

9.答案　-6

解析　∵a=2b,

∴$\left\{\begin{matrix}λ+2=2μ,\\λ^{2}-cos^{2}θ=μ+2sinθ,\end{matrix}\right.$消去λ,得4μ2-9μ+4=cos2θ+2sin θ=-sin2θ+2sin θ+1=

-(sin θ-1)2+2,又-2≤-(sin θ-1)2+2≤2,∴-2≤4μ2-9μ+4≤2,解得$\frac{1}{4}$≤μ≤2,∴$\frac{1}{2}$≤$\frac{1}{μ}$≤4,

∴-8≤-$\frac{2}{μ}$≤-1.又λ=2μ-2,∴$\frac{λ}{μ}$=2-$\frac{2}{μ}$,则-6≤$\frac{λ}{μ}$≤1,故$\frac{λ}{μ}$的最小值为-6.

10.已知向量a=(-1,2),b=(m,1).若向量a+b与a垂直,则m=　　　　.

10.答案　7

解析　∵a=(-1,2),b=(m,1),

∴a+b=(m-1,3),又(a+b)⊥a,

∴(a+b)·a=-(m-1)+6=0,解得m=7.

11.已知△ABC是边长为2的等边三角形,P为平面ABC内一点,则$\vec{PA}$·($\vec{PB}$+$\vec{PC}$)的最小值是 (　　)

A.-2 B.-$\frac{3}{2}$ C.-$\frac{4}{3}$ D.-1

11.B　以AB所在直线为x轴,AB的中点为原点建立平面直角坐标系,如图,



则A(-1,0),B(1,0),C(0,$\sqrt{3}$),设P(x,y),取BC的中点D,则D$\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.$\vec{PA}$·($\vec{PB}$+$\vec{PC}$)=2$\vec{PA}$·$\vec{PD}$=2(-1-x,-y)·$\left(\frac{1}{2}-x,\frac{\sqrt{3}}{2}-y\right)$=2(x+1)·$\left(x-\frac{1}{2}\right)$+y·$\left(y-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$=2$\left(x+\frac{1}{4}\right)^{2}$+$\left(y-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^{2}$-$\frac{3}{4}$.

因此,当x=-$\frac{1}{4}$,y=$\frac{\sqrt{3}}{4}$时,$\vec{PA}$·($\vec{PB}$+$\vec{PC}$)取得最小值,为2×$\left(-\frac{3}{4}\right)$=-$\frac{3}{2}$,故选B.

12.已知正方形ABCD的边长为2,点P满足$\vec{AP}$=$\frac{1}{2}$($\vec{AB}$+$\vec{AC}$),则|$\vec{PD}$|=　　　　;$\vec{PB}$·$\vec{PD}$=　　　　.

12.答案　$\sqrt{5}$;-1

解析　解法一:∵$\vec{AP}$=$\frac{1}{2}$($\vec{AB}$+$\vec{AC}$),∴P为BC的中点.以A为原点,建立如图所示的平面直角坐标系,由题意知A(0,0),B(2,0),C(2,2),D(0,2),P(2,1),

∴|$\vec{PD}$|=$\sqrt{(2-0)^{2}+(1-2)^{2}}$=$\sqrt{5}$,$\vec{PB}$=(0,-1),$\vec{PD}$=(-2,1),∴$\vec{PB}$·$\vec{PD}$=(0,-1)·(-2,1)=-1.



解法二:如图,在正方形ABCD中,由$\vec{AP}$=$\frac{1}{2}$($\vec{AB}$+$\vec{AC}$)得点P为BC的中点,∴|$\vec{PD}$|=$\sqrt{5}$,$\vec{PB}$·$\vec{PD}$=$\vec{PB}$·($\vec{PC}$+$\vec{CD}$)=$\vec{PB}$·$\vec{PC}$+$\vec{PB}$·$\vec{CD}$=$\vec{PB}$·$\vec{PC}$=1×1×cos 180°=-1.



13.如图,在四边形ABCD中,∠B=60°,AB=3,BC=6,且$\vec{AD}$=λ$\vec{BC}$,$\vec{AD}$·$\vec{AB}$=-$\frac{3}{2}$,则实数λ的值为　　　　,若M,N是线段BC上的动点,且|$\vec{MN}$|=1,则$\vec{DM}$·$\vec{DN}$的最小值为　　　　.



13.答案　$\frac{1}{6}$;$\frac{13}{2}$

解析　以B为原点,BC所在直线为x轴,过B且垂直于BC的直线为y轴建立平面直角坐标系,如图所示,



则B(0,0),A$\left(\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$,C(6,0),则$\vec{AD}$=λ$\vec{BC}$=λ(6,0)=(6λ,0),$\vec{AB}$=$\left(-\frac{3}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$,

∵$\vec{AD}$·$\vec{AB}$=6λ×$\left(-\frac{3}{2}\right)$+0×$\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$=-9λ=-$\frac{3}{2}$,∴λ=$\frac{1}{6}$.

∴$\vec{AD}$=(1,0),∴D$\left(\frac{5}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$,

不妨设M(x,0),N(x+1,0),且x∈[0,5],

∴$\vec{DM}$=$\left(x-\frac{5}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$,

$\vec{DN}$=$\left(x-\frac{3}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

∴$\vec{DM}$·$\vec{DN}$=$\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)$+$\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^{2}$=x2-4x+$\frac{15}{4}$+$\frac{27}{4}$=(x-2)2+$\frac{13}{2}$,∴当且仅当x=2时,$\vec{DM}$·$\vec{DN}$取最小值$\frac{13}{2}$.

14.在四边形ABCD中,AD∥BC,AB=2$\sqrt{3}$,AD=5,∠A=30°,点E在线段CB的延长线上,且AE=BE,则$\vec{BD}$·$\vec{AE}$=　　　　.

14.答案　-1

解析　解法一:∵∠BAD=30°,AD∥BC,

∴∠ABE=30°,

又EA=EB,∴∠EAB=30°,

在△EAB中,AB=2$\sqrt{3}$,∴EA=EB=2.

以A为坐标原点,AD所在直线为x轴建立如图所示的平面直角坐标系.



则A(0,0),D(5,0),E(1,$\sqrt{3}$),B(3,$\sqrt{3}$),

∴$\vec{BD}$=(2,-$\sqrt{3}$),$\vec{AE}$=(1,$\sqrt{3}$),

∴$\vec{BD}$·$\vec{AE}$=(2,-$\sqrt{3}$)·(1,$\sqrt{3}$)=-1.

15.在△ABC中,D是AB的中点,H是CD的中点,若$\vec{AH}$=λ$\vec{AB}$+μ$\vec{BC}$(λ,μ∈R),则λ+μ= (　　)

A.$\frac{3}{4}$ B.$\frac{5}{4}$ C.$\frac{3}{2}$ D.$\frac{7}{4}$

15.B　如图,



∵D为AB的中点,H为DC的中点,

∴$\vec{AH}$=$\frac{1}{2}$($\vec{AD}$+$\vec{AC}$)=$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\vec{AB}+\vec{AC}\right)$=$\frac{1}{4}\vec{AB}$+$\frac{1}{2}\vec{AC}$=$\frac{1}{4}\vec{AB}$+$\frac{1}{2}$($\vec{AB}$+$\vec{BC}$)=$\frac{3}{4}\vec{AB}$+$\frac{1}{2}\vec{BC}$,∴λ=$\frac{3}{4}$,μ=$\frac{1}{2}$,∴λ+μ=$\frac{5}{4}$.

故选B.

16(多选)设向量a=(k,2),b=(1,-1),则下列叙述错误的是 (　　)

A.若k<2,则a与b的夹角为钝角

B.|a|的最小值为2

C.与b共线的单位向量只有一个,为$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

D.若|a|=2|b|,则k=2$\sqrt{2}$或-2$\sqrt{2}$

16.ACD　对于A选项,若a与b的夹角为钝角,则a·b<0,且a与b不共线,

所以$\left\{\begin{matrix}a·b=k-2<0,\\-k\ne 2,\end{matrix}\right.$解得k<2且k≠-2,

所以A中叙述错误;

对于B选项,|a|=$\sqrt{k^{2}+4}$≥$\sqrt{4}$=2,当且仅当k=0时,等号成立,所以B中叙述正确;

对于C选项,|b|=$\sqrt{2}$,与b共线的单位向量为±$\frac{b}{|b|}$,即与b共线的单位向量为$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$或$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$,所以C中叙述错误;

对于D选项,因为|a|=2|b|=2$\sqrt{2}$,所以$\sqrt{k^{2}+4}$=2$\sqrt{2}$,解得k=±2,所以D中叙述错误.故选ACD.

17如图,圆O是边长为2的正方形ABCD的内切圆,若P,Q是圆O上的两个动点,则$\vec{AP}$·$\vec{CQ}$的最小值为 (　　)



A.-6 B.-3-2$\sqrt{2}$ C.-3+$\sqrt{2}$ D.-4

17.B　以O为坐标原点建立如图所示的平面直角坐标系,则A(-1,-1),C(1,1),P,Q在以O为圆心的单位圆上.



设P(cos α,sin α),Q(cos β,sin β),

∴$\vec{AP}$=(cos α+1,sin α+1),$\vec{CQ}$=(cos β-1,sin β-1).

∴$\vec{AP}$·$\vec{CQ}$=(cos α+1)·(cos β-1)+(sin α+1)·(sin β-1)

=cos αcos β+cos β-cos α-1+sin αsin β+sin β-sin α-1

=(cos αcos β+sin αsin β)+(sin β+cos β)-(sin α+cos α)-2

=cos(α-β)+$\sqrt{2}$sinβ+$\frac{π}{4}$-$\sqrt{2}$sinα+$\frac{π}{4}$-2.

当cos(α-β)=-1,sinβ+$\frac{π}{4}$=-1,且sinα+$\frac{π}{4}$=1时,$\vec{AP}$·$\vec{CQ}$有最小值,最小值为-3-2$\sqrt{2}$,故选B.

18.如图,设Ox,Oy是平面内相交成60°角的两条数轴,e1,e2分别是与x轴,y轴正方向同向的单位向量,若向量$\vec{OP}$=xe1+ye2,则把有序实数对(x,y)叫做向量$\vec{OP}$在坐标系中的坐标,假设$\vec{OP}$在坐标系中的坐标为(2,-1),则|$\vec{OP}$|=　　　　.



18.答案　$\sqrt{3}$

解析　∵$\vec{OP}$在坐标系中的坐标为(2,-1),

∴$\vec{OP}$=2e1-e2,∴|$\vec{OP}$|=$\sqrt{(2e\_{1}-e\_{2})^{2}}$=$\sqrt{4e\_{1}^{2}-4e\_{1}·e\_{2}+e\_{2}^{2}}$=$\sqrt{4-4cos60°+1}$=$\sqrt{3}$.

19.已知向量$\vec{OA}$=(k,12),$\vec{OB}$=(4,5),$\vec{OC}$=(-k,10),若|$\vec{AB}$|=|$\vec{BC}$|,则k=　　　　;若A,B,C三点共线,则k=　　　　.

19.答案　$\frac{3}{2}$;-$\frac{2}{3}$

解析　∵向量$\vec{OA}$=(k,12),$\vec{OB}$=(4,5),$\vec{OC}$=(-k,10),

∴$\vec{AB}$=$\vec{OB}$-$\vec{OA}$=(4-k,-7),$\vec{BC}$=$\vec{OC}$-$\vec{OB}$=(-k-4,5).

若|$\vec{AB}$|=|$\vec{BC}$|,

则$\sqrt{(4-k)^{2}+49}$=$\sqrt{(-k-4)^{2}+25}$,

解得k=$\frac{3}{2}$.

若A,B,C三点共线,则向量$\vec{A}$,$\vec{BC}$共线,

∴5(4-k)=-7(-k-4),解得k=-$\frac{2}{3}$.

20.已知向量a=(cos θ,sin θ),向量b=($\sqrt{3}$,-1),则|2a-b|的最大值为　　　　.

20.答案　4

解析　设a,b的夹角为α,α∈[0,π],

因为a2=|a|2=1,b2=|b|2=4,

所以|2a-b|=$\sqrt{(2a-b)^{2}}$=$\sqrt{4a^{2}-4a·b+b^{2}}$=$\sqrt{4-4×1×2×cosα+4}$=$\sqrt{8-8cosα}$,

因为α∈[0,π],所以-1≤cos α≤1,

所以0≤8-8cos α≤16.

所以0≤$\sqrt{8-8cosα}$≤4,

所以$\sqrt{8-8cosα}$的最大值为4,

即|2a-b|的最大值为4.

21.已知非零向量a,b,c满足a·b=0,a·c=b·c,且|a-b|=2,则$\frac{|a·c|}{|c|}$的最大值为　　　　.

21.答案　1

解析　设$\vec{OA}$=a,$\vec{OB}$=b,由a·b=0可得,$\vec{OA}$⊥$\vec{OB}$,以O为原点,$\vec{OA}$,$\vec{OB}$所在直线分别为x轴、y轴建立平面直角坐标系(图略).

设a=(m,0),b=(0,n),m,n>0,c=(x,y),

则$\left\{\begin{matrix}mx-ny=0,\\m^{2}+n^{2}=4,\end{matrix}\right.$

∴$\frac{|a·c|}{|c|}$=$\frac{|mx|}{\sqrt{x^{2}+y^{2}}}$=$\frac{|mx|}{\sqrt{x^{2}+\frac{m^{2}}{n^{2}}x^{2}}}$=$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{m^{2}}+\frac{1}{n^{2}}}}$,

又$\frac{1}{m^{2}}$+$\frac{1}{n^{2}}$=$\frac{1}{4}$(m2+n2)$\left(\frac{1}{m^{2}}+\frac{1}{n^{2}}\right)$=$\frac{1}{4}\left(2+\frac{n^{2}}{m^{2}}+\frac{m^{2}}{n^{2}}\right)$≥$\frac{1}{4}\left(2+2\sqrt{\frac{n^{2}}{m^{2}}·\frac{m^{2}}{n^{2}}}\right)$=1,当且仅当m=n时取等号,

∴0<$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{m^{2}}+\frac{1}{n^{2}}}}$≤1,故$\frac{|a·c|}{|c|}$的最大值为1.

22.如图,在△ABC中,D、E分别为边AB、BC上的点,且AD∶DB=BE∶EC=2∶1,AE与CD交于点P,假设存在λ和μ,使$\vec{AP}$=λ$\vec{AE}$,$\vec{PD}$=μ$\vec{CD}$,$\vec{BA}$=a,$\vec{BC}$=b.

(1)求λ和μ的值;

(2)用a,b表示$\vec{BP}$.



22.解析　(1)由于$\vec{BA}$=a,$\vec{BC}$=b,所以$\vec{AE}$=$\vec{AB}$+$\frac{2}{3}\vec{BC}$=-a+$\frac{2}{3}$b,$\vec{AP}$=λ$\vec{AE}$=λ$\left(-a+\frac{2}{3}b\right)$,$\vec{DC}$=$\frac{1}{3}\vec{AB}$+$\vec{BC}$=-$\frac{1}{3}$a+b,$\vec{AP}$=$\vec{AD}$+$\vec{DP}$

=$\frac{2}{3}\vec{AB}$+$\vec{DP}$=-$\frac{2}{3}$a+μ$\left(-\frac{1}{3}a+b\right)$,

所以λ$\left(-a+\frac{2}{3}b\right)$=-$\frac{2}{3}$a+μ$\left(-\frac{1}{3}a+b\right)$,所以$\left\{\begin{matrix}-λ=-\frac{2}{3}-\frac{1}{3}μ,\\\frac{2}{3}λ=μ,\end{matrix}\right.$解得$\left\{\begin{matrix}λ=\frac{6}{7},\\μ=\frac{4}{7}.\end{matrix}\right.$

(2)由(1)得,$\vec{BP}$=$\vec{BA}$+$\vec{AP}$=a+$\frac{6}{7}$×$\left(-a+\frac{2}{3}b\right)$=$\frac{1}{7}$a+$\frac{4}{7}$b.

23.已知$\vec{OA}$=(-1,1),$\vec{OB}$=(0,-1),$\vec{OC}$=(1,m).

(1)若A,B,C三点共线,求实数m的值;

(2)证明:对任意实数m,$\vec{CA}$·$\vec{CB}$≥1恒成立.

23.解析　(1)∵$\vec{OA}$=(-1,1),$\vec{OB}$=(0,-1),$\vec{OC}$=(1,m),

∴$\vec{AB}$=$\vec{OB}$-$\vec{OA}$=(1,-2),

$\vec{BC}$=$\vec{OC}$-$\vec{OB}$=(1,m+1),

∵A,B,C三点共线,

∴$\vec{AB}$∥$\vec{BC}$,∴1×(m+1)=-2×1,∴m=-3.

(2)证明:∵$\vec{CA}$=$\vec{OA}$-$\vec{OC}$=(-2,1-m),$\vec{CB}$=$\vec{OB}$-$\vec{OC}$=(-1,-1-m),

∴$\vec{CA}$·$\vec{CB}$=-2×(-1)+(1-m)×(-1-m)=m2+1≥1,

∴对任意实数m,恒有$\vec{CA}$·$\vec{CB}$≥1成立.

24.已知向量a=$\left(cos \frac{3x}{2},sin \frac{3x}{2}\right)$,b=$\left(-cos \frac{x}{2},sin \frac{x}{2}\right)$,且x∈$\left[π,\frac{3π}{2}\right]$.

(1)求a·b及|a+b|;

(2)求函数f(x)=a·b+|a+b|的最小值,并求使函数f(x)取得最小值时x的值.

24.解析　(1)由题意得,a·b=-cos $\frac{3x}{2}$·cos $\frac{x}{2}$+sin $\frac{3x}{2}$sin $\frac{x}{2}$=-cos 2x,|a+b|=

$$\sqrt{\left(cos \frac{3x}{2}-cos \frac{x}{2}\right)^{2}+\left(sin \frac{3x}{2}+sin \frac{x}{2}\right)^{2}}$$

=$\sqrt{2-2\left(cos \frac{3x}{2}cos \frac{x}{2}-sin \frac{3x}{2}sin \frac{x}{2}\right)}$

=$\sqrt{2-2cos2x}$=2|sin x|,

∵x∈$\left[π,\frac{3π}{2}\right]$,∴-1≤sin x≤0,

∴|a+b|=-2sin x.

(2)由(1)得, f(x)=a·b+|a+b|=-cos 2x-2sin x=2sin2x-2sin x-1=2$\left(sinx-\frac{1}{2}\right)^{2}$-$\frac{3}{2}$.∵x∈$\left[π,\frac{3π}{2}\right]$,∴-1≤sin x≤0,

∴当sin x=0,即x=π时, f(x)min=-1.

25.已知向量u=(x,y)与向量ν=(y,2y-x)的对应关系用ν=f(u)表示.

(1)设a=(1,1),b=(1,0),求向量f(a)及f(b)的坐标;

(2)求使f(c)=(p,q)(p、q为常数)的向量c的坐标;

(3)求证:对于任意向量a、b及常数m、n,恒有f(ma+nb)=mf(a)+nf(b)成立.

25.解析　(1)f(a)=(1,2×1-1)=(1,1),f(b)=(0,2×0-1)=(0,-1).

(2)设c=(x,y),则f(c)=(y,2y-x)=(p,q).

∴y=p,2y-x=q,∴x=2p-q.

∴向量c=(2p-q,p).

(3)证明:设a=(a1,a2),b=(b1,b2),则ma+nb=(ma1+nb1,ma2+nb2),

∴f(ma+nb)=(ma2+nb2,2ma2+2nb2-ma1-nb1),

mf(a)+nf(b)=m(a2,2a2-a1)+n(b2,2b2-b1)=(ma2+nb2,2ma2+2nb2-ma1-nb1).

∴f(ma+nb)=mf(a)+nf(b).

∴对于任意向量a、b及常数m、n,恒有f(ma+nb)=mf(a)+nf(b)成立.