平面向量1

1.在平面直角坐标系中,用有向线段表示下列向量,使它们的起点都是原点O,并求终点A的坐标.

(1)|a|=2,a的方向与x轴正方向的夹角为60°,与y轴正方向的夹角为30°;

(2)|a|=4,a的方向与x轴正方向的夹角为30°,与y轴正方向的夹角为120°;

(3)|a|=4,a的方向与x轴、y轴正方向的夹角都是135°.

2.若||=||,且=,则四边形ABCD的形状为 (　　)

A.平行四边形 B.矩形 C.菱形 D.等腰梯形

2.C

3.给出下列命题:

①若两个向量相等,则它们的起点相同,终点相同;

②若a与b共线,b与c共线,则a与c也共线;

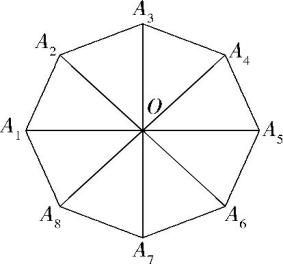
③若A,B,C,D是不共线的四点,且=,则四边形ABCD为平行四边形;

④若a,b为非零向量,则a=b的充要条件是|a|=|b|且a∥b.

其中真命题的序号是　　　　.

3.答案　③

4.如图所示,中心为O的正八边形A1A2…A7A8中,ai=(i=1,2,…,7),bj=(j=1,2,…,8),则a2+a5+b2+b5+b7=　　　　.(结果用ai,bj表示)



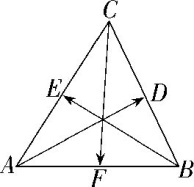
4.答案　b6

5.若||=8,||=5,则||的取值范围是 (　　)

A.[3,8] B.(3,8) C.[3,13] D.(3,13)

5.C

6.如图,已知D,E,F分别为△ABC的三边BC,AC,AB的中点.求证:++=0.



6.证明　由题意知,=+,=+,=+.连接EF.

由平面几何知识可知,=,=.

∴++=(+)+(+)+(+)=(+++)+(+)

=++=++=0.

7.已知A,B,C为不共线的三点,则“|+|=|-|”是“△ABC为直角三角形”的 (　　)

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件

C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

7.A

8.设点A,B,C不共线,则“与的夹角为锐角”是“|+|>||”的 (　　)

A.充分而不必要条件

B.必要而不充分条件

C.充分必要条件

D.既不充分也不必要条件

9.在菱形ABCD中,∠DAB=60°,||=1,则|+|=　　　　,|-|=　　　　.

9.答案　1;

10.若平面向量a,b满足|a|=1,|a+b|=|a-b|=,则|b|=　　　　.

10.答案

11.已知长度相等的三个非零向量,,满足++=0,则△ABC的形状是　　　　三角形.

11.答案　等边

12.已知四边形ABCD中,AB=AD=2,∠BAD=120°,O为平面上一点,且满足+=+,则四边形ABCD的面积为 (　　)

12.　∵+=+,

∴-=-,即=,∴四边形ABCD是平行四边形,

又||=||=2,∴四边形ABCD为菱形.

连接AC,BD,易得AC=2,BD=2,

∴四边形ABCD的面积为×AC×BD=×2×2=2,故选B.

13.已知a,b为单位向量,且a·b=0,若c=2a-b,则cos<a,c>=　　　　.

13.答案

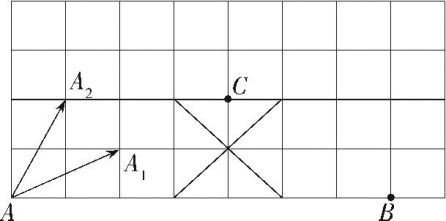
解析　∵|a|=|b|=1,a·b=0,

∴a·c=a·(2a-b)=2a2-a·b=2,

|c|=|2a-b|===3.

∴cos<a,c>==.

14.中国象棋中规定:马走“日”字.下图是中国象棋的半个棋盘,若马在A处,则可跳到A1处,也可跳到A2处,用向量,表示马走了“一步”.若马在B处或C处,则以B,C为起点表示马走了“一步”的向量共有　　　　个.



14.答案　11

15.已知向量a,b满足|a|=5,|b|=6,a·b=-6,则cos<a,a+b>= (　　)

A.- B.- C. D.

15.D　由题意得cos<a,a+b>====.故选D.

16.已知非零向量a,b满足|a|=2|b|,且(a-b)⊥b,则a与b的夹角为 (　　)

A. B. C. D.

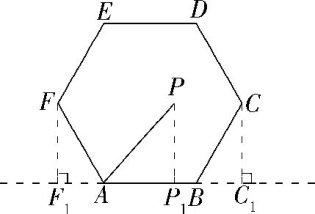
16.B　解法一:因为(a-b)⊥b,所以(a-b)·b=a·b-b2=0,又因为|a|=2|b|,所以2|b|2cos<a,b>-|b|2=0,即cos<a,b>=,又知<a,b>∈[0,π],所以<a,b>=,故选B.

17.已知P是边长为2的正六边形ABCDEF内的一点,则·的取值范围是 (　　)

A.(-2,6) B.(-6,2)

C.(-2,4) D.(-4,6)

17.A　如图,过点P作PP1⊥直线AB于P1,过点C作CC1⊥直线AB于C1,过点F作FF1⊥直线AB于F1,·=||·||·cos∠PAB,当∠PAB为锐角时,||·cos∠PAB=||,当∠PAB为钝角时,||·cos∠PAB=-||,所以当点P与C重合时,·最大,此时·=||||=6,当点P与F重合时,·最小,此时·=-||||=-2,又因为点P是正六边形ABCDEF内的一点,所以-2<·<6.故选A.



18.已知平面单位向量e1,e2,满足|2e1-e2|≤.设a=e1+e2,b=3e1+e2,向量a,b的夹角为θ,则cos2θ的最小值是　　　　.

18.答案

解析　由题可知⇔

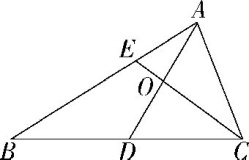
从而⇔

⇔

由①②可得代入③可得a2≥,

从而cos θ===2×=2×=2×≥2,所以cos2θ≥,故cos2θ的最小值为.

19.如图,在△ABC中,D是BC的中点,E在边AB上,BE=2EA,AD与CE交于点O.若·=6·,则的值是　　　　.

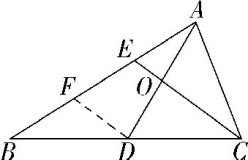


19.答案

解析　过D作DF∥EC,交AB于F.

∵D为BC的中点,

∴F为BE的中点,



又BE=2EA,∴EF=EA,

又DF∥EO,∴AO=AD,

∴==×(+).

∴·=(+)·

=.

∵·=6·,

∴·=-+·,

∴=3,

∴||=||,

∴=.

20.在△ABC中,∠A=60°,AB=3,AC=2.若=2,=λ-(λ∈R),且·=-4,则λ的值为　　　　.

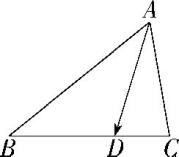
20.答案

解析　如图,由=2,得=+=+=+(-)=+,

所以·=+·(λ-)=λ·-+λ-·,

又·=3×2×cos 60°=3,=9,=4,

所以·=λ-3+λ-2=λ-5=-4,解得λ=.



21.已知单位向量a,b的夹角为60°,若向量c满足|a-2b+c|≤3,则|c|的最大值为 (　　)

A. B.3+

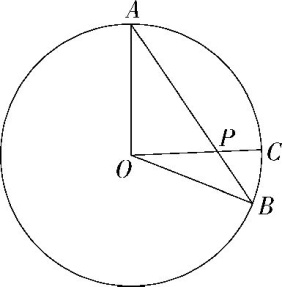
C.1+ D.1+

21.B　解法一:由题意可得|a-2b|====,∴|c|=|(a-2b+c)-(a-2b)|≤|a-2b+c|+|a-2b|≤3+,当且仅当a-2b+c与a-2b反向时取等号.故|c|max=3+,故选B.

解法二:∵单位向量a,b的夹角为60°,|a-2b+c|≤3,∴|a-2b+c|2=a2+4b2+c2-4a·b-4b·c+2a·c=1+4+c2-4×1×1×-4b·c+2a·c≤9,化简,得c2+2(a-2b)·c≤6.|a-2b|====.设a-2b与c的夹角为θ,则c2+2(a-2b)·c=|c|2+2·|c|·cos θ≤6,整理得≥cos θ≥-1,

即|c|2-2|c|-6≤0,解得0≤|c|≤3+.故|c|max=3+,故选B.

22.(多选)如图所示,点A,B,C是圆O上的三点,线段OC与线段AB交于圆内一点P,若=λ,=μ+3μ,则　 (　　)



A.当P为线段OC的中点时,μ=

B.当P为线段OC的中点时,μ=

C.无论μ取何值,恒有λ=

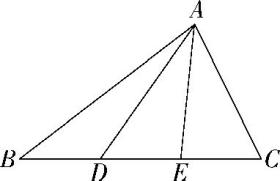
D.存在μ∈R,λ=

22.AC　=+=+λ=+λ(-)=(1-λ)+λ.

因为与共线,所以设=k(k∈R),即(1-λ)+λ=kμ+3kμ,整理得(1-λ-kμ)=(3kμ-λ),又与不共线,所以即==k,解得λ=,故C正确,D错误;

当P为OC的中点时,=,即k=,代入得解得故A正确,B错误.故选AC.

23.如图,在△ABC中,D,E是BC上的两个三等分点,·=2·,则cos∠ADE的最小值为　　　　.



23.答案

解析　由题图可知,=+=+,

=+=-2,

=+=-,

∵·=2·,

∴(+)·=2(-2)·(-),整理得7·=+4,

即7||||cos∠ADE=||2+4·,

∴cos∠ADE==·≥·2=,

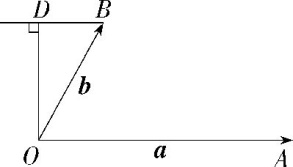
当且仅当=,即||=2||时,等号成立,

∴cos∠ADE的最小值为.

24.已知平面向量a,b,c满足a与b的夹角为锐角,|a|=4,|b|=2,|c|=1,且|b+ta|的最小值为,则实数t的值是　　　　,·(c-b)的取值范围是　　　　.

24.答案　-;[3-2,3+2]

解析　解法一:设=a,=b.如图,作OD⊥BD,BD∥OA,



由向量加法的几何意义知,

当b+ta=时,|b+ta|min=,

∴||=,又∵||=2,

∴∠B=∠AOB=60°,且||=1.

∵b+ta=,∴ta=-b=-=,即t=.∵||=|a|=4,∴t=-.

=

=

==2,

设c与a+b的夹角为θ,θ∈[0,π],

则·(c-b)=c2-c·+a·b=1-1×2cos θ+×4×2×cos 60°=3-2cos θ.

∵-1≤cos θ≤1,

∴3-2≤3-2cos θ≤3+2,

∴·(c-b)的取值范围是[3-2,3+2].

25.已知不共线的向量a,b满足|a|=3,|b|=2,(2a-3b)·(2a+b)=20.

(1)求a·b;

(2)是否存在实数λ,使得λa+b与a-2b共线?

(3)若(ka+2b)⊥(a-kb),求实数k的值.

25.解析　(1)由题知|a|=3,|b|=2,

∴(2a-3b)·(2a+b)=4a2-4a·b-3b2

=4×32-4a·b-3×22=20,

∴a·b=1.

(2)存在.理由如下:假设存在实数λ,使得λa+b与a-2b共线,则λa+b=t(a-2b),t∈R,即(λ-t)a=(-2t-1)b,

∵a,b不共线,∴

解得即存在实数λ=-,使得λa+b与a-2b共线.

(3)∵(ka+2b)⊥(a-kb),

∴(ka+2b)·(a-kb)=0,

即ka2+(2-k2)a·b-2kb2=0.

由(1)知a·b=1,

∴ka2+(2-k2)a·b-2kb2=9k+2-k2-8k=0,即k2-k-2=0,解得k=-1或k=2.

26.已知△ABC为等边三角形,AB=2,点N、M满足=λ,=(1-λ),λ∈R,设=a,=b.

(1)试用向量a和b表示,;

(2)若·=-,求λ的值.

26.解析　(1)=-=(1-λ)-=(1-λ)a-b.

=-=λ-=λb-a.

(2)由(1)可得·=[(1-λ)a-b]·(λb-a)=[λ(1-λ)+1]a·b-λb2-(1-λ)·a2=-,

∵|a|=|b|=2,a·b=|a||b|cos 60°=2×2×=2,

∴·=[λ(1-λ)+1]×2-4λ-4(1-λ)=-,即4λ2-4λ+1=0,所以λ=.

27.在△ABC中,H为垂心,且3+4+5=0,则cos∠AHB=　　　　.

27.答案　-

解析　∵H为△ABC的垂心,

∴·=0,即·(-)=0,

∴·=·,同理可得·=·,·=·.

又3+4+5=0,

∴3+4·+5·=0,

∴3+9·=0,

∴·=-,

∴cos∠AHB==-,①

同理,3·+4+5·=0,

即4+8·=0,

∴·=-,

∴cos∠AHB==-.②

①×②可得cos2∠AHB=,由①可知cos∠AHB<0,∴cos∠AHB=-.