**2020-2021学年度高一期末模拟卷(4)**

**数学试题**

考试时间：120分钟 试卷满分：150分

**注意事项：**

**1.答卷前，考生务必将自己的姓名､考生号､考场号和座位号填写在答题卡上.用2*B*铅笔将试卷类型(*A*)填涂在答题卡相应位置上.将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”.**

**2.作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑：如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案.答案不能答在试卷上.**

**3.非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答无效.**

**4.考生必须保持答题卡的整洁.考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知复数，其中*i*是虚数单位，则*z*的虛部为（ ）

A． B．3 C． D．

1.A

解：，则的虚部为.

2．已知为任意角，则“”是“”的（ ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

2.，

推不出，

反之，，

“”是“”的必要不充分条件，

故选：B.

3．在中，若 ,，则( )

A． B． C． D．2

3.D

4．明朝早期，郑和在七下西洋的过程中，将中国古代天体测量方面所取得的成就创造性应用于航海，形成了一套自成体系且行之有效的先进航海技术——“过洋牵星术”.简单地说，就是通过观测不同季节､时辰的日月星辰在天空运行的位置和测量星辰在海面以上的高度来判断方位，其采用的主要工具为牵星板.由12块正方形木板组成，最小的一块边长约为2厘米(称一指).观测时，将木板立起，一手拿着木板，手臂垂直，眼睛到木板的距离大约为72厘米，使牵星板与海平面垂直，让板的下边缘与海平面重合，上边缘对着所观测的星辰，与其相切，依高低不同替换､调整木板，木板上边缘与被观测星辰重合时所用的是几指板，观测的星辰离海平面的高度就是几指，然后就可以推算出船在海中的地理纬度.如图所示，若在一次观测中，所用的牵星板为九指板，则（ ）



A． B． C． D．

4.由题意所对直角边长为，相邻直角边长为，则斜边长为，

，，，



故选：D．

5．如图，在直角三角形中，，，*D*为边上一点，已知且，则（ ）



A． B． C． D．

5. 因为，，所以，，

在中，，，则，

由正弦定理可得：，即，

所以.

故选：C.

6．在正方体$ABCD-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$中，动点*E*在棱$BB\_{1}$上，动点*F*在线段$A\_{1}C\_{1}$上，*O*为底面*ABCD*的中心，若$BE=x$，$A\_{1}F=y$，则四面体$O-AEF$的体积$($    $)$

A. 与*x*，*y*都有关 B. 与*x*，*y*都无关
C. 与*x*有关，与*y*无关 D. 与*y*有关，与*x*无关

6.B

7． 如图，正方形ABCD的中心与圆O的圆心重合，P是圆O上的动点，则下列叙述不正确的是（ ）

A. $\vec{PA}⋅\vec{PC}+\vec{PB}⋅\vec{PD}$是定值
B. $\vec{PA}⋅\vec{PB}+\vec{PB}⋅\vec{PC}+\vec{PC}⋅\vec{PD}+\vec{PD}⋅\vec{PA}$是定值
C. $|\vec{PA}|+|\vec{PB}|+|\vec{PC}|+|\vec{PD}|$是定值
D. $\vec{PA}^{2}+\vec{PB}^{2}+\vec{PC}^{2}+\vec{PD}^{2}$是定值

7.C

8．如图所示，在平面四边形中，已知，，，记的中垂线与的中垂线交于一点，恰好为的角平分线，则

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A． | B． | C． | D． |

*A*

*D*

*B*

*P*

*C*

【答案】B

【解析】题目暗示明显，易知四边形是以为圆心的圆内接四边形，因为，所以

，，所以，又由题目条件可知，

，

所以，，所以

，

所以．

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对得5分，部分选对得2分，有选错的得0分。**

9．我国网络购物市场保持较快发展,某电商平台为了精准发展,对某地区市场的个人进行了调查,得到频率分布直方图如图所示,将调查对象的年龄分组为.已知年龄在内的调查对象有6人,则下列说法正确的是()

A.为40

B.年龄在内的调查对象有12人

C.调查对象中,年龄大于35岁的频率是0.1

D.调查对象的年龄不超过45岁的频率是0.85

**9.ABD**

10．若m，n是两条不重合的直线，$α$，$β$，$γ$是三个互不重合的平面，则下列四个命题正确的是（ ）

1. 若$m//β$，$n//β$，m，$n⊂α$，则$α//β$
B. 若$α⊥γ$，$β⊥γ$，$α∩β=m$，$n⊂γ$，则$m⊥n$
C. 若$m⊥α$，$α⊥β$，$α∩β=n$，则$m//n$
D. 若$m//α$，$m⊂β$，$α∩β=n$，则$m//n$

10.BD

11．下列说法正确的是

|  |
| --- |
| A．已知向量，，，满足，，则 |
| B．已知直线，满足，，则 |
| C．对于独立事件，则有 |
| D．对于对立事件，则有 |

11.【答案】BCD

12．已知i为虚数单位，下列说法中正确的是（ ）

A. 若复数z满足$|z-i|=\sqrt{5}$，则复数z对应的点在以$(1,0)$为圆心，$\sqrt{5}$为半径的圆上
B. 若复数z满足$z+|z|=2+8i$，则复数$z=-15+8i$
C. 当m，$n\in N^{\*}$时，有$z^{m}z^{n}=z^{m+n}$
D. $\frac{1-i}{1+i}$是集合$M=\left\{\left.m\right|m=i^{n},n\in N\right\}$中的元素

12.BCD

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．如图，要计算某湖泊岸边两景点B与C的距离，由于受地形的限制，需要在岸上选取A和D两点，现测得$AB=5km$，$AD=7km$，$∠ABD=60°$，$∠CBD=15^{^{∘}},∠BCD=120^{^{∘}}$，则两景点B与C的距离为 km．

13.$\frac{8\sqrt{6}}{3}$

14．某校有选修物化、物生、政史三种不同类别课程的学生共900人$($假设每人只选修一种类别的课程$)$，按照分层随机抽样的方法从中抽取20人参加数学调研检测．已知在这次检测中20人的数学平均成绩为119分，其中选修物化和物生类别课程学生的数学平均成绩为120分，选修政史类课程学生的数学平均成绩为115分，则该校选修政史类课程的学生人数为 ．

 14. 180

15.已知向量$\vec{a}=(4,2)$，$\vec{b}=(λ,1)$，若$\vec{a}+2\vec{b}$与$\vec{a}-\vec{b}$的夹角是锐角，则实数$λ$取值范围为 ．

15. $(1-\sqrt{11},2)∪(2,1+\sqrt{11})$

16.如图，将正四面体每条棱三等分，截去顶角所在的小正四面体，余下的多面体就成为一个半正多面体，亦称“阿基米德体”$.$点A，B，M是该多面体的三个顶点，点N是该多面体表面上的动点，且总满足$MN⊥AB$，若$AB=4$，则该多面体的表面积为 ；点N轨迹的长度为 ．

（本小题第一空2分，第二空3分）

 16. $112\sqrt{3};8+8\sqrt{3}$

**四、解答题：本题共6小题，共70分。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。**

17．（10分）

已知复数满足，，且．

（1）求的值；

（2）求的值．

【解析】（1）因为，，且．

设，，则，，且，

所以，则，因此，，

所以，即．

（2）因为，所以．

18．某空调商家，对一次性购买两台空调的客户推出两种质保期两年内的保维修方案：

方案一：交纳质保金300元，在质保两年内两条空调共可免费维修2次，超过2次每次收取 维修费200元

方案二：交纳质保金400元，在质保的两年内两台空调共可免费维修3次，超过3次每次收 取维修费200元

小李准备一次性购买两台这种空调，现需决策在购买时应购买哪种质保方案，为此搜集并整理了100台这种空调质保期内两年内维修的次数，统计得下表：

用以上100台空调维修次数的频率代替一台机器维修次数发生的概率．

（1）求购买这样的两台空调在质保期的两年内维修次数超过2次的概率

（2）请问小李选择哪种质保方案更合算
解：（1）设“购买这样的两台空调在质保期的两年内维修次数超过2次”为事件A，
购买这样的两台空调在质保期的两年内维修次数为X，
则$P(X=3)=2×\frac{3}{10}×\frac{3}{10}+2×\frac{1}{5}×\frac{1}{5}=\frac{13}{50}$，$P(X=4)=\frac{3}{10}×\frac{3}{10}+2×\frac{3}{10}×\frac{1}{5}=\frac{21}{100}$，
$P(X=5)=2×\frac{3}{10}×\frac{1}{5}=\frac{3}{25}$，$P(X=6)=\frac{1}{5}×\frac{1}{5}=\frac{1}{25}$，
$P(A)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)+P(X=6)=\frac{63}{100}$．
答：买这样的两台空调在质保期的两年内推使次数提过2次的概率为$\frac{63}{100}$．
（2）①选择方案一，小李可能交纳的维修费为$300+200×0.26+400×0.21+600×0.12+800×0.04=540$；
$②$选择方案二，小车可能交纳的维修费为$400+200×0.21+400×0.12+600×0.04=514$；

所以小李选择质保方案二更合算．

19．（12分）

在平行四边形中，，为中点．

（1）若，且满足，求的长；

（2）若，求的最大值．

【答案】（1）；（2）．

20．（12分）

某学校的平面示意图为如图五边形区域，其中三角形区域为生活区，四边形区域BCDE为教学区，为学校的主要道路（不考虑宽度）.，.

（1）求道路的长度；

（2）求生活区面积的最大值.

答案】（1）如图,连接,

在中,





∴在中,

故道路的长度为**……6分**

（2）设，
在中,易得









当即时,取得最大值,最大值为**……12分**

21. 如图，四边形是圆柱的轴截面，点为底面圆周上异于，的点.



（1）求证：平面；

（2）若圆柱的侧面积为，体积为，点为线段上靠近点的三等分点，是否存在一点使得直线与平面所成角的正弦值最大？若存在，求出相应的正弦值，并指出点的位置；若不存在，说明理由.

【答案】（1）证明见解析；（2）存在；点为两个半圆弧中点；正弦值为1.

【解析】

【分析】（1）由题意，∠*APB*＝90°，即*PB*⊥*PA*，再由母线*AD*⊥底面圆*O*，得*AD*⊥*PB*，由直线与平面垂直的判定可得*PB*⊥平面*PAD*；

（2）由已知求得圆柱底面半径为与母线长，在△*PAD*中，过*A*作*AM*⊥*DP*交*DP*于*M*，由（1）知*PB*⊥平面*PAD*，可得*PB*⊥*AM*，进一步得到*AM*⊥平面*BDP*．若*M*不与*Q*重合，∠*AQM*即为直线*AQ*与平面*BDP*所成角；若*M*与*Q*重合，且直线*AQ*与平面*BDP*所成角为90°，求得点*P*为两个半圆弧*AB*中点．由此可得当点*P*为两个半圆弧*AB*中点时，直线*AQ*与平面*BDP*所成角最大为90°，正弦值最大为1．

【详解】解：（1）证明：因为是圆*O*的直径，点*P*是圆周上一点，

所以，即，

又在圆柱中，母线底面，底面，

所以，

又，平面，平面，

所以平面，

（2）设圆柱底面半径为，母线为，则，解得，

在中，过作交于点.

由（1）知平面，

因为平面，所以，

又，所以平面.

若与不重合，即为直线与平面所成的角.

若与重合，直线与平面所成的角为，

设，由对称性，不妨设，

则在中，，

在中，，.

于是



当且仅当，即，时，等号成立.

此时，，直线与平面所成的角为，正弦值为1，

点为两个半圆弧的中点.

22．（12分）

在平面四边形中，点分别为的中点，且，，，．

（1）若，记四边形的面积为，求的最大值；

（2）若，求的最大值．

【解析】（1），

， ……………………………………………2分

所以………………①， ………………………………………（2分/同上步）

由余弦定理得，

， …………………………………………………3分

所以………………②，

由①②两式平方相加得， …………………………………………4分

当，即时取等号， …………………………………………………5分

所以的最大值为． …………………………………………………6分

（2）易知，则，

， …………………………………………………7分

，

，

………………①，……………………………………8分

又，则， …………………………………………………9分

，

，

，

………………②， …………………………………………10分

由①与②相减得，

代入得，

．…………………11分

当且仅当时取等号．…………………………………………………12分