南京市金陵中学2020级高一年级第二学期阶段性考试

数学

2021.6

命题:高一备课组 审核:徐海虎

一、单项选择题:本大题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合颜目要求的,请把答案填涂在答题卡相应位置上.

1. 在ΔABC中,若$A=60^\circ$,$C=45^\circ$,$c=\sqrt{3}$,则$a=$( )

A. 1　　B. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　C. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. 2

2. 已知复数$z=2-i$, 则$z(\bar{z}+\mathrm{i})=$( )

A. $4-2\mathrm{i}$　　B. $6-2\mathrm{i}$　　C. $4+2\mathrm{i}$　　D. $6+2\mathrm{i}$

3. $\sqrt{3}\tan 12^\circ+\sqrt{3}\tan 18^\circ+\tan 12^\circ\cdot\tan 18^\circ$的值是( )

A. $\sqrt{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C. 0　　D. 1

4. 某集团公司青年、中年、老年职员的人数之比为$10:8:7$,从中抽取200名职员作为样本,若每人被抽取的概率是0.2,则该单位青年职员的人数是( )

A. 280　　B. 320　　C. 400　　D. 1000

5. 已知$\overrightarrow{AB}=(2,3)$,$\overrightarrow{AC}=(3,t)$,$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=12$, 则$|\overrightarrow{BC}|=$( )

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. 3　　D. $\sqrt{3}$

6. 若$\tan\theta=-2$,则$\dfrac{\sin\theta\cos 2\theta}{\sin\theta-\cos\theta}=$( )

A. $-\dfrac{6}{5}$　　B. $-\dfrac{2}{5}$　　C. $\dfrac{2}{5}$　　D. $\dfrac{6}{5}$

7. 在三棱锥$A-BCD$中,$AC\perp$底面BCD,底面BCD是正三角形,$AC=a$,$\angle ABC=30^\circ$,则点C到平面ABD的距离是( )

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{5}a$　　B. $\dfrac{3\sqrt{13}}{13}a$　　C. $\dfrac{\sqrt{13}}{5}a$　　D. $\dfrac{\sqrt{13}}{13}a$

8. 有6个相同的球,分别标有数字1,2,3,4,5,6,从中有放回的随机取两次,每次取1个球. A事件“第一次取出的球的数字是3”,B事件“第二次取出的球的数字是2”,C事件“两次取出的球的数字之和是7”,D事件“两次取出的球的数字之和是6”,则( )

A. A与C相互独立　　B. A与D相互独立

C. B与D相互独立　　D. C与D相互独立

二、多项选择题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求,请把答案填涂在答题卡相应位置上. 全部选对得5分,部分选对得2分,不选或有选错的得0分.

9．有一组样本数据 $x_1, x_2, \ldots, x_n$，由这组数据得到新样本数据 $y_1, y_2, \ldots, y_n$，其中 $y_i = x_i + c$(i $= 1, 2, \ldots, n$)，c 为非零常数，则（　　）

A．两组样本数据的样本平均数相同

B．两组样本数据的样本中位数相同

C．两组样本数据的样本标准差相同

D．两组样本数据的样本极差相同

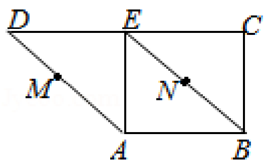
10．如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$BC \perp DC$，$AE \perp DC$，且 E 为 CD 的中点，M、N 分别是 AD，BE 的中点，将 ΔADE 沿 AE 折起，则下列说法正确的是（　　）．

A. 不论 D 折至何位置（不在平面 ABC 内，都有 $MN //$ 平面 DEC；

B. 不论 D 折至何位置（不在平面 ABC 内）都有 $MN \perp AE$；

C. 不论 D 折至何位置（不在平面 ABC 内），都有 $MN//AB$；

D. 不论 D 折至何位置（不在平面 ABC 内），都有 EC 不垂直 AD.



11．下列论述中正确的是（　　）

A. 若向量 $\vec{a} = (2,1), \vec{b} = (-3,1)$, 则向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. 对于给定的 $\triangle ABC$，其重心为 G，过点 G 的直线 l 交 AB，AC 与 E,F, 若 $\overrightarrow{AE} = \lambda\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF} = \mu\overrightarrow{AC}$, 则 $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = 3$

C. 在四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = (6,8)$, 且 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AD}|} = \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$，则 $|\overrightarrow{BD}| = 10\sqrt{3}$

D. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$，则 O 是 $\triangle ABC$ 外心

12. 下列条件中能够判定 $\triangle ABC$ 是钝角三角形的是（　　）

A．$a = 4, b = 5, c = 6$

B．$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 2b$

C．$\frac{c-b}{a+b} = \frac{\sin A}{\sin C + \sin B}$

D．$b^2\sin^2 C + c^2\sin^2 B = 2bc\cos B\cos C$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，请把答案填写在答题卡相应位置上．

13. 甲、乙两名篮球运动员在随机抽取的 12 场比赛中的得分情况如下：

甲：12，15，20,25，31，31,36，36，37，39,44,49.

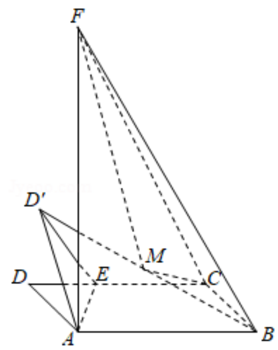
乙：8，13，14,16，23，26，28，29，31，38，39，51.

则运动员甲得分的25百分位数与运动员乙得分的80百分位数的和为 ______.

14．已知$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$,$2\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})=\frac{6}{5}$,$\sin(2\alpha-\frac{\pi}{12})=$ ______.

15．甲、乙两名同学参加一项射击比赛游戏,其中任何一人射击一次击中目标得2分,未击中目标得0分．若甲、乙两人射击的命中率分别为$\frac{3}{5}$和p,且甲、乙两人各射击一次得分之和为2的概率为$\frac{9}{20}$．假设甲、乙两人射击互不影响,则p的值为 ______.

16．如图,已知矩形$ABCD$,$AB=\sqrt{3}$,$AD=1$,$AF\perp$平面ABC,且$AF=3$．E为线段DC上一点,沿直线AE将ΔDAE翻折成$\triangle D'AE$,M为BD'的中点,则三棱锥$M-BCF$体积的最小值是 ______.



四、解答题:本大题共6小题,共70分．请在答题卡指定区域内作答,解答时应写出必要的文字说明,证明过程或演算步骤.

17．(1)已知平面向量$\vec{a}$、$\vec{b}$,其中$\vec{a}=(\sqrt{5},-2)$．若$|\vec{b}|=3\sqrt{2}$,且$\vec{a}//\vec{b}$,求向量$\vec{b}$的坐标表示;

(2)已知平面向量$\vec{a}$、$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2$,$|\vec{b}|=1$,$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\frac{2\pi}{3}$,且$(\vec{a}+\lambda\vec{b})\perp(2\vec{a}-\vec{b})$,求$\lambda$的值.

18．在ΔABC中,角A、B、C所对的边的长分别为a、b、c,$\cos\alpha=\frac{1}{7}$,$\sin\beta=\frac{3\sqrt{3}}{14}$,$\alpha$、$\beta$为锐角,且$B=\alpha-\beta$.

(1)求B的值;

(2)若$b=\sqrt{5}$,$a+c=\sqrt{11}$,求$\triangle ABC$的面积.

19．我们把大家对数学的感情分成五个等级（一般，喜欢，爱，真爱，挚爱），等级系数 X 依次为1，2，3，4，5．现从高一年级抽取20名同学，对其等级系数进行统计分析，得到频率分布表如下：

X	1	2	3	4	5
f	a	0.2	0.45	b	c

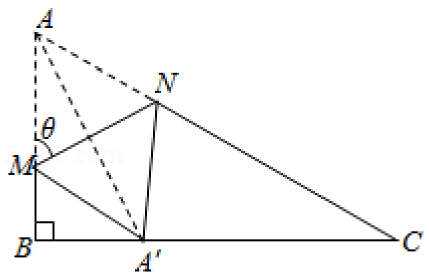
(1) 若所抽取的20名同学中，等级系数为4的恰有4件，等级系数为5的恰有2人，求 a、b、c 的值；

(2) 在(1)的条件下，将等级系数为4的4名同学记为 x_1,x_2,x_3,x_4，等级系数为5的2两名同学记为 y_1,y_2. 现从 x_1,x_2,x_3,x_4,y_1,y_2 这6名同学中任选2人(假定每人被选中的可能性相同)，写出样本空间，并求这2名同学的数感等级系数之和不低于9的概率．

20．如图，直角三角形 ABC 中，$\angle B=90^\circ$，$AB=1$，$BC=\sqrt{3}$．点 M，N 分别在边 AB 和 AC 上（M 点和 B 点不重合），将 ΔAMN 沿 MN 翻折，ΔAMN 变为 $\triangle A'MN$，使顶点 A' 落在边 BC 上（A' 点和 B 点不重合）．设 $\angle AMN=\theta$．

(1) 用 θ 表示线段 AM 的长度，并写出 θ 的取值范围；

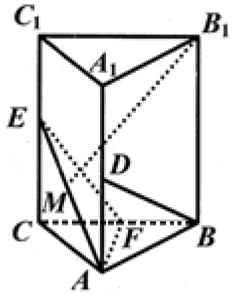
(2) 求线段 $A'N$ 长度的最小值．



21．如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱 $AA_1\perp$ 平面 ABC，ΔABC 为正三角形，且 $AB=\sqrt{2}AA_1=2\sqrt{2}$，$E$，$F$ 分别是 CC_1，BC 的中点．

(1) 求证：$EF\perp$ 平面 AB_1F；

(2 求锐二面角 B_1-AE-F 的大小．



22．在 $\triangle ABC$ 中，设 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c, 已知 $b=2a-2c\cos B$, 且三角形外接圆半径为 $\sqrt{3}$.

(1) 求 C 的大小；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$，求 $\cos 2A+\cos 2B$ 的值；

(3) 设 $\triangle ABC$ 的外接圆圆心为 O，且满足 $\frac{\cos B}{\sin A}\overrightarrow{CB}+\frac{\cos A}{\sin B}\overrightarrow{CA}=2m\overrightarrow{CO}$, 求 m 的值

南京市金陵中学2020级高一年级第二学期阶段性考试

数学解析

2021.6

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合颜目要求的，请把答案填涂在答题卡相应位置上．

1．在ΔABC中，若$A=60^\circ$，$C=45^\circ$，$c=\sqrt{3}$，则$a=$（　　）

A．1　　B．$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　C．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　D．2

【答案】B

【解析】由正弦定理$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}$，得：$\dfrac{a}{\sin 60^\circ}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}$，解得$a=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$．

2．已知复数$z=2-i$，则$z(\bar{z}+\mathrm{i})=$（　　）

A．$4-2\mathrm{i}$　　B．$6-2\mathrm{i}$　　C．$4+2\mathrm{i}$　　D．$6+2\mathrm{i}$

【答案】D

【解析】$z(\bar{z}+\mathrm{i})=(2-i)(2+2\mathrm{i})=6+2\mathrm{i}$

3．$\sqrt{3}\tan 12^\circ+\sqrt{3}\tan 18^\circ+\tan 12^\circ\cdot\tan 18^\circ$的值是（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C．0　　D．1

【答案】D

【解析】由$\tan 30^\circ=\tan(12^\circ+18^\circ)=\dfrac{\tan 12^\circ+\tan 18^\circ}{1-\tan 12^\circ\tan 18^\circ}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

得到$\sqrt{3}\tan 12^\circ+\sqrt{3}\tan 18^\circ=1-\tan 12^\circ\cdot\tan 18^\circ$

则$\sqrt{3}\tan 12^\circ+\sqrt{3}\tan 18^\circ+\tan 12^\circ\cdot\tan 18^\circ=1$．

4．某集团公司青年、中年、老年职员的人数之比为$10:8:7$，从中抽取200名职员作为样本，若每人被抽取的概率是0.2，则该单位青年职员的人数是（　　）

A．280　　B．320　　C．400　　D．1000

【答案】C

【解析】由题意知要从该单位青年职工中抽出$\dfrac{10}{10+8+7}\times 200=80$，因为每人被抽取的概率为0.2，所以该单位青年职工共有$\dfrac{80}{0.2}=400$

5．已知$\overrightarrow{AB}=(2,3)$，$\overrightarrow{AC}=(3,t)$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=12$，则$|\overrightarrow{BC}|=$（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．3　　D．$\sqrt{3}$

【答案】A

【解析】$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=6+3t=12\Rightarrow t=2$，$|\overrightarrow{BC}|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

6．若 $\tan\theta=-2$，则 $\dfrac{\sin\theta\cos2\theta}{\sin\theta-\cos\theta}=$（　　）

A．$-\dfrac{6}{5}$　　B．$-\dfrac{2}{5}$　　C．$\dfrac{2}{5}$　　D．$\dfrac{6}{5}$

【答案】B

【解析】$\dfrac{\sin\theta\cos2\theta}{\sin\theta-\cos\theta}=\dfrac{\dfrac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}}{1-\dfrac{1}{\tan\theta}}=\dfrac{-\dfrac{3}{5}}{\dfrac{3}{2}}=-\dfrac{2}{5}$

7．在三棱锥 $A-BCD$ 中，$AC\perp$ 底面 BCD，底面 BCD 是正三角形，$AC=a$，$\angle ABC=30°$，则点 C 到平面 ABD 的距离是（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{3}}{5}a$　　B．$\dfrac{3\sqrt{13}}{13}a$　　C．$\dfrac{\sqrt{13}}{5}a$　　D．$\dfrac{\sqrt{13}}{13}a$

【答案】B

【解析】因为 $V_{A-BCD}=V_{C-ABD}$，$\dfrac{1}{3}\cdot a\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{4}\cdot(\sqrt{3}a)^2=\dfrac{1}{3}\cdot h\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{3}a\cdot\dfrac{\sqrt{13}}{2}a\Rightarrow h=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}a$

8．有 6 个相同的球，分别标有数字 1，2，3，4，5，6，从中有放回的随机取两次，每次取 1 个球． A 事件“第一次取出的球的数字是 3”，B 事件“第二次取出的球的数字是 2”，C 事件“两次取出的球的数字之和是 7”，D 事件“两次取出的球的数字之和是 6”，则（　　）

A．A 与 C 相互独立　　B．A 与 D 相互独立

C．B 与 D 相互独立　　D．C 与 D 相互独立

【答案】A

【解析】$P(A)=\dfrac{1}{6}$，$P(B)=\dfrac{1}{6}$，$P(C)=\dfrac{1}{6}$，$P(D)=\dfrac{5}{36}$

$P(AC)=\dfrac{1}{36}$，$P(AD)=\dfrac{1}{36}$，$P(BD)=\dfrac{1}{36}$，$P(CD)=0$

只有 $P(AC)=P(A)P(C)$

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，请把答案填涂在答题卡相应位置上．全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，不选或有选错的得 0 分．

9．有一组样本数据 $x_1,x_2,\ldots,x_n$，由这组数据得到新样本数据 $y_1,y_2,\ldots,y_n$，其中 $y_i=x_i+c$($i=1,2,\ldots,n$)，c 为非零常数，则（　　）

A．两组样本数据的样本平均数相同

B．两组样本数据的样本中位数相同

C．两组样本数据的样本标准差相同

D．两组样本数据的样本极差相同

【答案】CD

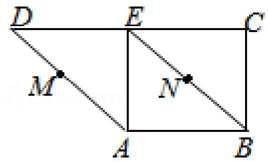
10．如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$BC\perp DC$，$AE\perp DC$，且 E 为 CD 的中点，M、N 分别是 AD，BE 的中点，将 ΔADE 沿 AE 折起，则下列说法正确的是（　　）．

A. 不论 D 折至何位置（不在平面 ABC 内，都有 $MN//$ 平面 DEC；

B. 不论 D 折至何位置（不在平面 ABC 内）都有 $MN\perp AE$；

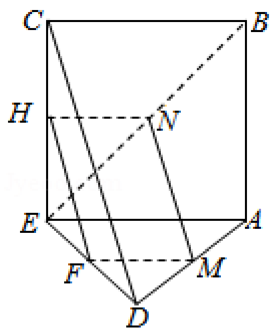
C. 不论 D 折至何位置（不在平面 ABC 内），都有 $MN//AB$；

D. 不论 D 折至何位置（不在平面 ABC 内），都有 EC 不垂直 AD.



【答案】AB

【解析】由已知，在未折叠的原梯形中，$AB//DE$，$BE//AD$．所以四边形 $ABED$ 为平行四边形，$\therefore DA=EB$．折叠后得出图形如下：



A：过 M，N 分别作 AE，BC 的平行线，交 ED，EC 于 F，H．连接 FH

则 $\dfrac{HN}{CB}=\dfrac{EN}{EB}$，$\dfrac{FM}{EA}=\dfrac{DM}{DA}$，由平行公理得 $HN//FM$，

$\because DA=EB$，$\therefore HN=FM$，

$\therefore$ 四边形 $MNHF$ 是平行四边形．$\therefore MN//FH$

$MN\not\subset$ 面 CED，$HF\subset$ 面 CED．$\therefore MN//$ 平面 DEC．正确；

B：由已知，$AE\perp ED$，$AE\perp EC$，

$\therefore AE\perp$ 面 CED，$HF\subset$ 面 CED $\therefore AE\perp HF$，$\therefore MN\perp AE$；正确；

C：MN 与 AB 异面．假若 $MN//AB$，则 MN 与 AB 确定平面 $MNAB$，

从而 $BE\subset$ 平面 $MNAB$，$AD\subset$ 平面 $MNAB$．与 BE 和 AD 是异面直线矛盾．错误；

D：当 $CE\perp ED$ 时，$EC\perp AD$.

由于 $CE\perp EA$，$EA\cap ED=E$，

所以 $CE\perp$ 面 AED，$AD\subset$ 面 AED.

得出 $EC\perp AD$．错误．

11．下列论述中正确的是（　　　）

A. 若向量 $\vec{a}=(2,1),\vec{b}=(-3,1)$, 则向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. 对于给定的 $\triangle ABC$，其重心为 G，过点 G 的直线 l 交 AB，AC 与 E,F, 若 $\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AF}=\mu\overrightarrow{AC}$, 则 $\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}=3$

C. 在四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=(6,8)$, 且 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AD}|}=\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$，则 $|\overrightarrow{BD}|=10\sqrt{3}$

D. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}$，则 O 是 $\triangle ABC$ 外心

【答案】BC

【解析】

A：投影长度 $=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}=-\frac{\sqrt{10}}{2}$，错误

B：因为 $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3\lambda}\overrightarrow{AE}+\frac{1}{3\mu}\overrightarrow{AF}$，因为 E,F,G 三点共线，所以 $\frac{1}{3\lambda}+\frac{1}{3\mu}=1$，即 $\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}=3$，正确

C：由题意知四边形 $ABCD$ 是边长为 $10,A=120^\circ$ 的菱形，所以 $BD=10\sqrt{3}$, 正确

D：由 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}$，得 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{BC}=0$, 同理 $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{AC}=0,\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，所以 O 是垂心，错误

12. 下列条件中能够判定 $\triangle ABC$ 是钝角三角形的是（　　　）

A．$a=4,b=5,c=6$

B．$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=2b$

C．$\frac{c-b}{a+b}=\frac{\sin A}{\sin C+\sin B}$

D．$b^2\sin^2 C+c^2\sin^2 B=2bc\cos B\cos C$

【答案】BC

【解析】

A：$a^2+b^2=41>c^2$, 所以是锐角三角形，错误

B：$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=-ac\cos B=2b$, 所以 $\cos B<0$，正确

C：$\frac{c-b}{a+b}=\frac{a}{c+b}\Rightarrow c^2=a^2+b^2+ab,C=\frac{2\pi}{3}$，正确

D：$2bc\cos B\cos C=b^2\sin^2 C+c^2\sin^2 B\geqslant 2bc\sin C\sin B$，得 $\tan B\tan C\leqslant 1$

且 B,C 都为锐角，当 $B=C=\frac{\pi}{4}$ 时，A 是直角，错误

三、填空题：本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 请把答案填写在答题卡相应位置上 .

13. 甲、乙两名篮球运动员在随机抽取的 12 场比赛中的得分情况如下：

甲：12，15，20,25，31，31,36，36，37，39,44,49.

乙：8，13，14,16，23，26，28，29，31，38，39，51.

则运动员甲得分的 25 百分位数与运动员乙得分的 80 百分位数的和为 ______.

【答案】22.5；38

14．已知 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$2\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})=\frac{6}{5}$，$\sin(2\alpha-\frac{\pi}{12})=$ ______．

【答案】$\frac{31\sqrt{2}}{50}$

【解析】由已知可得：$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})=\frac{3}{5}$，

$\because -\frac{\pi}{6}<\alpha-\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{3}$，

$\therefore \cos(\alpha-\frac{\pi}{6})=\sqrt{1-\sin^2(\alpha-\frac{\pi}{6})}=\frac{4}{5}$，

$\therefore \sin(2\alpha-\frac{\pi}{3})=\sin2(\alpha-\frac{\pi}{6})=2\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})\cos(\alpha-\frac{\pi}{6})=2\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{25}$；

$\cos(2\alpha-\frac{\pi}{3})=\cos2(\alpha-\frac{\pi}{6})=2\cos^2(\alpha-\frac{\pi}{6})-1=2\times(\frac{4}{5})^2-1=\frac{7}{25}$．

$\therefore \sin(2\alpha-\frac{\pi}{12})=\sin[(2\alpha-\frac{\pi}{3})+\frac{\pi}{4}]=\sin(2\alpha-\frac{\pi}{3})\cos\frac{\pi}{4}+\cos(2\alpha-\frac{\pi}{3})\sin\frac{\pi}{4}$

$=\frac{24}{25}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{7}{25}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{31\sqrt{2}}{50}$．

15．甲、乙两名同学参加一项射击比赛游戏，其中任何一人射击一次击中目标得 2 分，未击中目标得 0 分．若甲、乙两人射击的命中率分别为 $\frac{3}{5}$ 和 p，且甲、乙两人各射击一次得分之和为 2 的概率为 $\frac{9}{20}$．假设甲、乙两人射击互不影响，则 p 的值为 ______．

【答案】$\frac{3}{4}$

【解析】甲、乙两名同学参加一项射击比赛游戏，其中任何一人射击一次击中目标得 2 分，未击中目标得 0 分．

甲、乙两人射击的命中率分别为 $\frac{3}{5}$ 和 p，且甲、乙两人各射击一次得分之和为 2 的概率为 $\frac{9}{20}$．

假设甲、乙两人射击互不影响，

则 $P=\frac{3}{5}(1-p)+(1-\frac{3}{5})p=\frac{9}{20}$，

解得 $p=\frac{3}{4}$．

16．如图，已知矩形 $ABCD$，$AB=\sqrt{3}$，$AD=1$，$AF\perp$ 平面 ABC，且 $AF=3$． E 为线段 DC 上一点，沿直线 AE 将 ΔDAE 翻折成 $\triangle D'AE$，M 为 BD' 的中点，则三棱锥 $M-BCF$ 体积的最小值是 ______．

【答案】$\frac{\sqrt{3}}{12}$

【解析】

选固定点 E，可知 D' 在圆上运动，现 E 在线段 DC 上运动，且 $AD'=1$，

$\therefore D'$ 的运动轨迹为以 A 为球心，半径为 $AD'=1$ 的球面的一部分，

$\because S_{\Delta BCF}=\frac{1}{2}\times BC\times BF=\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{9+3}=\sqrt{3}$，

$\therefore$ 求三棱锥 $M-BCF$ 体积的最小值只需求 M 到面 BCF 的距离 d_1 的最小值，

即求 D' 到面 BCF 的距离 d 的最小值，

过 A 作 BF 的垂线，垂足为 H，

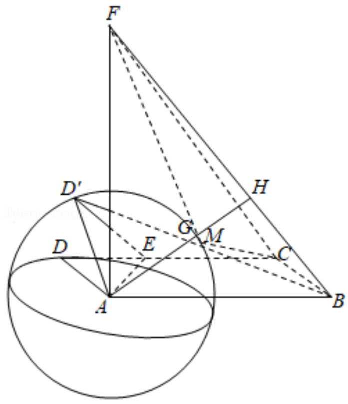
当 D' 为 AH 与球 面的交点 G 时，D' 到面 BCF 的距离最小，

此时点 E 在 DC 上，$d=\frac{1}{2}AF-1=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$，$d_1=\frac{1}{2}d=\frac{1}{4}$，

$\therefore$ 三棱锥 $M-BCF$ 体积的最小值为：

$V_{\min}=S_{\Delta BCF}\times d_1=\frac{\sqrt{3}}{12}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{3}}{12}$.



四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明,证明过程或演算步骤.

17．(1) 已知平面向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$，其中 $\vec{a}=(\sqrt{5},-2)$．若 $|\vec{b}|=3\sqrt{2}$，且 $\vec{a}//\vec{b}$，求向量 $\vec{b}$ 的坐标表示；

(2) 已知平面向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$，且 $(\vec{a}+\lambda\vec{b})\perp(2\vec{a}-\vec{b})$，求 λ 的值．

【解析】

(1) $\because \vec{a}=(\sqrt{5},-2)$，$\vec{a}//\vec{b}$，

$\therefore$ 设 $\vec{b}=\lambda(\sqrt{5},-2)$，且 $|\vec{b}|=3\sqrt{2}$，

$\therefore 3|\lambda|=3\sqrt{2}$，解得 $\lambda=\pm\sqrt{2}$，

$\therefore \vec{b}=(\sqrt{10},-2\sqrt{2})$ 或 $(-\sqrt{10},2\sqrt{2})$；

(2) $\because |\vec{a}|=2,|\vec{b}|=1$，$<\vec{a},\vec{b}>=\frac{2\pi}{3}$，

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，

又 $(\vec{a}+\lambda\vec{b})\perp(2\vec{a}-\vec{b})$，

$\therefore (\vec{a}+\lambda\vec{b})\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=2\vec{a}^2-\lambda\vec{b}^2+(2\lambda-1)\vec{a}\cdot\vec{b}=8-\lambda-2\lambda+1=0$，

解得 $\lambda=3$.

18．在ΔABC中，角A、B、C所对的边的长分别为a、b、c，$\cos\alpha=\frac{1}{7}$，$\sin\beta=\frac{3\sqrt{3}}{14}$，$\alpha$、$\beta$为锐角，且$B=\alpha-\beta$.

(1) 求B的值；

(2) 若$b=\sqrt{5}$，$a+c=\sqrt{11}$, 求$\triangle ABC$的面积.

【解析】

(1)$\tan\alpha=4\sqrt{3},\tan\beta=\frac{3\sqrt{3}}{13},\tan B=\dfrac{4\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}}{13}}{1+4\sqrt{3}\times\frac{3\sqrt{3}}{13}}=\sqrt{3}$, 所以$B=\frac{\pi}{3}$

(2)$b^2=a^2+c^2-ac=(a+c)^2-3ac$

所以$ac=2,S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$

19．我们把大家对数学的感情分成五个等级(一般，喜欢，爱，真爱，挚爱)，等级系数X依次为1，2，3，4，5．现从高一年级抽取20名同学，对其等级系数进行统计分析，得到频率分布表如下：

X	1	2	3	4	5
f	a	0.2	0.45	b	c

(1) 若所抽取的20名同学中，等级系数为4的恰有4件，等级系数为5的恰有2人，求a、b、c的值；

(2) 在(1)的条件下, 将等级系数为4的4名同学记为x_1,x_2,x_3,x_4, 等级系数为5的2两名同学记为y_1,y_2. 现从x_1,x_2,x_3,x_4,y_1,y_2这6名同学中任选2人(假定每人被选中的可能性相同), 写出样本空间, 并求这2名同学的数感等级系数之和不低于9的概率 .

【解析】

(1) 由$a+0.2+0.45+b+c=1$，即$a+b+c=0.35$；

因为$b=\frac{4}{20}=0.2,c=\frac{2}{20}=0.1$；

从而$a=1-0.2-0.45-0.2-0.1=0.05$；

所以$a=0.05$，$b=0.2$，$c=0.1$；

(2) 所有可能的结果为：

$\{x_1,x_2\}$，$\{x_1,x_3\}$，$\{x_1,x_4\}$ $\{x_1,y_1\}$，$\{x_1,y_2\}$，$\{x_2,x_3\}$，$\{x_2,x_4\}$, $\{x_2,y_1\}$，$\{x_2,y_2\}$，$\{x_3,x_4\}$ $\{x_3,y_1\}$，$\{x_3,y_2\}$，$\{x_4,y_1\}$, $\{x_4,y_2\}$, $\{y_1,y_2\}$

设事件A表示“这2名同学的数感等级系数之和不低于9”，则A包含的基本事件为：

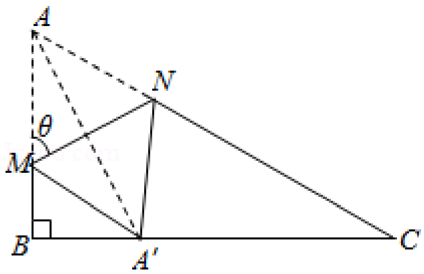
$\{x_1,y_1\}$，$\{x_1,y_2\}$，$\{x_2,y_1\}$，$\{x_2,y_2\}$，$\{x_3,y_1\}$，$\{x_3,y_2\}$，$\{x_4,y_1\}$, $\{x_4,y_2\}$, $\{y_1,y_2\}$

共9个, 故所求的概率$P(A)=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$.

20．如图，直角三角形 ABC 中，$\angle B=90^\circ$，$AB=1$，$BC=\sqrt{3}$．点 M，N 分别在边 AB 和 AC 上（M 点和 B 点不重合），将 ΔAMN 沿 MN 翻折，ΔAMN 变为 $\triangle A'MN$，使顶点 A' 落在边 BC 上（A' 点和 B 点不重合）．设 $\angle AMN=\theta$．

(1) 用 θ 表示线段 AM 的长度，并写出 θ 的取值范围；

(2) 求线段 $A'N$ 长度的最小值．



【解析】

(1)$MA=x=\dfrac{1}{1-\cos 2\theta}=\dfrac{1}{2\sin^2\theta}$，$45^\circ<\theta<90^\circ$；

(2) 在 ΔAMN 中，由 $\angle AMN=\theta$，可得 $\angle ANM=120^\circ-\theta$

$\therefore$ 根据正弦定理得：$\dfrac{AN}{\sin\theta}=\dfrac{MA}{\sin(120^\circ-\theta)}$，

$\therefore AN=\dfrac{\sin\theta\cdot\dfrac{1}{2\sin^2\theta}}{\sin(120^\circ-\theta)}=\dfrac{1}{2\sin\theta\sin(120^\circ-\theta)}$

令 $t=2\sin\theta\sin(120^\circ-\theta)=2\sin\theta(\dfrac{1}{2}\sin\theta+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta)$

$=\sin^2\theta+\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\theta-\dfrac{1}{2}\cos 2\theta=\dfrac{1}{2}+\sin(2\theta-30^\circ)$，

$\because 45^\circ<\theta<90^\circ$，$\therefore 60^\circ<2\theta-30^\circ<150^\circ$，

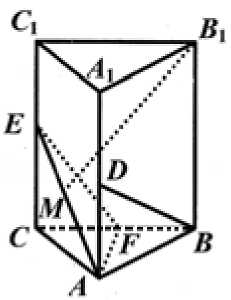
当且仅当 $2\theta-30^\circ=90^\circ$，$\theta=60^\circ$ 时，t 有最大值 $\dfrac{3}{2}$，

则 $\theta=60^\circ$ 时，AN 有最小值为 $\dfrac{2}{3}$，即线段 $A'N$ 长度的最小值为 $\dfrac{2}{3}$

21．如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱 $AA_1\perp$ 平面 ABC，ΔABC 为正三角形，且 $AB=\sqrt{2}AA_1=2\sqrt{2}$，$E$，$F$ 分别是 CC_1，BC 的中点．

(1) 求证：$EF\perp$ 平面 AB_1F；

(2 求锐二面角 B_1-AE-F 的大小．



【解析】

(1) 因为 $AA_1\perp$ 面 ABC，所以 $CC_1\perp$ 面 ABC，因为 $AF\subset$ 面 ABC，所以 $CC_1\perp AF$.

因为 $AB=AC$，F 是 BC 中点，所以 $AF\perp BC$，因为 $BC\cap CC_1=C$，所以 $AF\perp$ 面 BCC_1B_1

因为 $EF\subset$ 面 BCC_1B_1，所以 $AF\perp EF$.

又因为 $EF=\sqrt{3}$，$B_1F=\sqrt{6}$，$B_1E=3$，所以 $EF\perp B_1F$.

因为 $AF\cap B_1F=F$，所以 $EF\perp$ 面 AB_1F

(2) 因为 $AF\perp B_1F$，$B_1F\perp EF$，$AF\cap EF=F$，所以 $B_1F\perp$ 面 EFA.

又 $AE\subset$ 面 EFA，所以 $AE\perp B_1F$.

作 $FP\perp AE$，垂足为 P

$FP\cap B_1F=F$，所以 $AE\perp$ 面 B_1FP，$B_1P\subset$ 面 B_1FP

所以 $AE\perp B_1P$，即 $\angle B_1PF$ 为二面角

$FP=\dfrac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}}{3}=\sqrt{2}$，$B_1F=\sqrt{6}$，$\tan\angle B_1PF=\sqrt{3}$，所以二面角为 60°

22．在 $\triangle ABC$ 中，设 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知 $b=2a-2c\cos B$，且三角形外接圆半径为 $\sqrt{3}$.

(1) 求 C 的大小；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$，求 $\cos 2A+\cos 2B$ 的值；

(3) 设 $\triangle ABC$ 的外接圆圆心为 O，且满足 $\dfrac{\cos B}{\sin A}\overrightarrow{CB}+\dfrac{\cos A}{\sin B}\overrightarrow{CA}=2m\overrightarrow{CO}$，求 m 的值

【解析】

(1) $\sin B=2\sin A-2\sin C\cos B=2\sin B\cos C$，$\cos C=\dfrac{1}{2}$，$C=\dfrac{\pi}{3}$

(2) 由 $\dfrac{c}{\sin C}=2\sqrt{3}$ 得 $c=3$，

$S=\dfrac{1}{2}ab\sin C=2\sqrt{3}$，解得 $ab=8$

$c^2=a^2+b^2-ab\Rightarrow a^2+b^2=17$

$\cos 2A+\cos 2B=2-2(\sin^2 A+\sin^2 B)=2-2(\dfrac{a^2+b^2}{12})=-\dfrac{5}{6}$

(3)

方法一：特殊化为等边，$2m\overrightarrow{CO}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA})=\sqrt{3}\overrightarrow{CO}$，所以 $m=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

方法二：同乘 $\overrightarrow{CA}$

$\dfrac{\cos B}{\sin A}\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CA}+\dfrac{\cos A}{\sin B}\overrightarrow{CA}^2=2m\overrightarrow{CO}\cdot\overrightarrow{CA}=m\overrightarrow{CA}^2$

所以 $m=\dfrac{1}{2}\dfrac{\cos B}{\sin A}\dfrac{\sin A}{\sin B}+\dfrac{\cos A}{\sin B}=\dfrac{\cos B+2\cos A}{2\sin B}=\dfrac{\cos B+2\cos(\frac{2\pi}{3}-B)}{2\sin B}=\dfrac{\cos B-\cos B+\sqrt{3}\sin B}{2\sin B}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.