1.满足条件$a=4$，$b=5\sqrt{2}$，$A=45°$的$△ABC$的个数是$($   $)$

A. 1 B. 2 C. 无数个 D. 不存在

2.在$ΔABC$中，$a,b,c$分别为内角$A,B,C$所对的边，$b=c$且满足$\frac{sinB}{sinA}=\frac{1-cosB}{cosA}$，若点*O*是$ΔABC$外一点，$∠AOB=θ\left(0<θ<π\right)$，$OA=2$，$OB=1$，则平面四边形$OACB$面积的最大值是（ ）

A. $\frac{8+5\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{4+5\sqrt{3}}{4}$ C. 3 D. $\frac{4+\sqrt{5}}{2}$


3.钝角三角形*ABC*的面积是1，且$AB=\sqrt{2}$，$AC=2$，则$BC=($     $)$

A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{2}$

C. 1 D. $\sqrt{3}-1$

3.$ΔABC$的内角的对边分别为$a,b,c$，若$b=1,a^{2}=2\sqrt{3}csinA$，则*c*的最大值为$(    )$

A. $2+\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ C. 3 D. 4

4.已知$△ABC$为锐角三角形，角*A*，*B*，*C*分别对应边*a*，*b*，*c*且$a=2bsin A$， $cos A+sin C$ 的取值范围是$(    )$

A. $ ( \frac{\sqrt{3}}{2},\sqrt{3})$ B. $ ( \frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2})$ C. $ (0,\sqrt{3})$ D. $(0,\frac{\sqrt{3}}{2})$

5.在$ΔABC$中，给出下列命题：

$①$“若$A>B$，则$sinA>sinB$”的逆命题、否命题、逆否命题都是真命题；

$②$“$A>B$”是“$cosA<cosB$”的充要条件；

$③$若$ΔABC$是锐角三角形，则$sinA<cosB$；

$④cosA+cosB>0$．

则正确命题的个数是$($    $)$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6.在$▵ABC$中，角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，若$c-acosB=(2a-b)cosA$，则$▵ABC$为$(    )$

A. 等腰三角形 B. 直角三角形
C. 等腰直角三角形 D. 等腰或直角三角形

7.在$△ABC$中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，$c.$若$c=4$，$b=7$，*BC*边上的中线*AD*的长为$\frac{7}{2}$，则边长$a=(    )$

A. 3 B. 4 C. $\frac{9}{4}$ D. 9

8.在$▵ABC$中，已知$a=x,b=2,B=60^{∘}$，如果$▵ABC$有两组解，则*x*的取值范围是$($  $)$

A. $\left(2,\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$ B.  C. $\left[2,\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$ D. $\left(2,\frac{4\sqrt{3}}{3}\right]$

9.甲船在岛*A*的正南*B*处，以$4 km/h$的速度向正北航行，$AB=10 km$，同时乙船自岛*A*出发以$6 km/h$的速度向北偏东$60°$的方向驶去，当甲、乙两船相距最近时，它们所航行的时间为$(    )$

A. $\frac{150}{7}min$ B. $\frac{15}{7}h$ C. $21.5 min$ D. $2.15 h$

10.在$△ABC$中，$∠A=60^{∘}$，$b=1$，$S\_{△ABC}=\sqrt{3}$，则$\frac{a-2b+c}{sinA-2sinB+sinC}$的值等于$($    $)$

A.  $\frac{2\sqrt{39}}{3}$ B. $\frac{26\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ D. $2\sqrt{3}$

11.三角形*ABC*的面积是$\frac{1}{2}$，$AB=1$，$BC=\sqrt{2}$，则$AC=($          $)$

A. 5 B. $\sqrt{5}$或1 C. 2或5 D. 1

12.在$△ABC$中，$AC=$，$BC=$，则$∠B$的取值范围是$(    )$

A.  B. 
C. 或 D. 或

13.在$△ABC$中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，若$△ABC$为锐角三角形，且满足$c=2acosB+a$，则的取值范围是$(    )$

A. $\left(1,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ B. $\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ C. $\left(0,\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ D. $\left(1,\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

 (多选)

14.$△ABC$的三边分别为$a,b,c$，若$c=2,C=\frac{π}{3},sinC+sin(B-A)-2sin2A=0$，则下列命题正确的是

A. $b=2a$ B. $△ABC$的周长为$2+2\sqrt{3}$
C. $△ABC$的面积为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $△ABC$的外接圆半径为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$．

15.在$△ABC$中，*a*、*b*、*c*分别为$∠A$、$∠B$、$∠C$的对边，下列叙述正确的是$(    )$

A. 若$\frac{a}{sin B}=\frac{b}{sin A}$ 则$△ABC$为等腰三角形
B. 若$\frac{a}{cos B}=\frac{b}{cos A}$ 则$△ABC$为等腰三角形
C. 若$tan A+tan B+tan C>0$则$△ABC$为锐角三角形
D. 若$a=bsin C+ccos B$，则$∠C=\frac{π}{4}$

16.如图，设$△ABC$的内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，$\sqrt{3}(acosC+ccosA)=2bsinB,$且$∠CAB=\frac{π}{3}.$若点*D*是$△ABC$外一点，$DC=1$，$DA=3$，下列说法中，正确的命题是$(    )$

A. $△ABC$的内角$B=\frac{π}{3}$
B. $△ABC$的内角$C=\frac{π}{3}$
C. 四边形*ABCD*面积的最大值为$\frac{5\sqrt{3}}{2}+3$
D. 四边形*ABCD*面积无最大值

17.两座灯塔*A*和*B*与海洋观察站*C*的距离都等于1*km*，灯塔*A*在观察站*C*的北偏东$20°$，灯塔*B*在观察站*C*的南偏东$40°$，则灯塔*A*与灯塔*B*的距离为\_\_\_\_\_\_\_\_\_*km*．

18.在$△ABC$中，内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知$b=\sqrt{3}$，$2c-a=2bcosA$，则$a+c$的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

19.在$△ABC$中，$AB=3$，$AC=2$，$∠BAC=60°$，*D*为*BC*中点，$cos∠BAD=$\_\_\_\_



20.已知$△ABC$中，$a=1$，$B=45^{∘}$，$△ABC$的面积$S=2$，则$△ABC$的外接圆半径等于\_\_\_\_\_\_\_\_．

21.在$△ABC$中，*a*，*b*，*c*分别为内角*A*，*B*，*C*的对边，$2b^{2}=(b^{2}+c^{2}-a^{2})(1-tanA)$．

$(1)$求角*C*；

$(2)$若$c=2\sqrt{10}$，*D*为*BC*中点，在下列两个条件中任选一个，求*AD*的长度．
条件$①$：$△ABC$的面积$S=4$且$B>A$；条件$②$：$cosB=\frac{2\sqrt{5}}{5}$．

22.在$▵ABC$中，内角$A,B,C$的对边分别为$a,b,c$，已知$b=acosC+\frac{1}{2}c$．

$(1)$求角*A*；

$(2)$若$a=2\sqrt{3}$，求$▵ABC$面积的最大值

23.如图，在$▵ABC$中，$sin∠BAD=\frac{3\sqrt{3}}{14}$，$cos∠ADC=\frac{1}{7}$，$AD=7$，$AC=8$，*D*在*BC*边上，连接*AD*．


$($Ⅰ$)$求角*B*的大小；

$($Ⅱ$)$求$▵ACD$的面积．

24.已知*a*，*b*，*c*分别为$△ABC$内角*A*，*B*，*C*的对边，若$△ABC$同时满足以下四个条件中的三个：$①\frac{b-a}{c}=\frac{2\sqrt{6}a+3c}{3(a+b)}②\frac{cosC}{cosA}+\frac{c}{a}=\frac{2b}{a}③a=\sqrt{6}④b=2\sqrt{2}$．
$($Ⅰ$)$条件$①②$能否同时满足，请说明理由；
$($Ⅱ$)$以上四个条件，请在满足三角形有解的所有组合中任选一组，并求出对应$△ABC$的面积．

25.如图所示，合肥一中积极开展美丽校园建设，现拟在边长为$0.6$千米的正方形地块*ABCD*上划出一片三角形地块*CMN*建设小型生态园，点*M*，*N*分别在边*AB*，*AD*上
$(1)$当点*M*，*N*分别时边*AB*中点和*AD*靠近*D*的三等分点时，求$∠MCN$的余弦值；
$(2)$实地勘察后发现，由于地形等原因，$△AMN$的周长必须为$1.2$千米，请研究$∠MCN$是否为定值，若是，求此定值，若不是，请说明理由．

26.如图所示，某市在做文化景观设计时，拟在边长为1千米的正方形地块*ABCD*上划出一个三角形地块*APQ*种植草坪，两个三角形地块*PAB*与*QAD*种植花卉，一个三角形地块*CPQ*设计成水景喷泉，四周铺设小路供居民休闲散步，其中点*P*在边*BC*上，点*Q*在边*CD*上，记$∠PAB=α$．



 $(1)$当$∠PAQ=\frac{π}{4}$时，求花卉种植面积*S*关于$α$的函数表达式，并求*S*的最小值$;$

$(2)$考虑到小区道路的整体规划，要求$PB+DQ=PQ$，证明$∠PAQ$为定值，并求此时市民活动区域$($草坪和喷泉$)$的面积的最大值．

27.如图，边长为2的等边三角形*ABC*中，*O*是*BC*的中点，*D*，*E*分别是边*AB*，*AC*上的动点$($不含端点$)$，记$∠BOD=θ$．

$①$     $②$

$(1)$在图$①$中，$∠DOE=120^{∘}$，试将*AD*，*AE*分别用含$θ$的关系式表示出来，并证明$AD+AE$为定值；

$(2)$在图$②$中，$∠DOE=60^{∘}$，问此时$AD+AE$是否为定值？若是，请给出证明；否则，求出$AD+AE$的取值范围．