1.满足条件，，的的个数是

A. 1 B. 2 C. 无数个 D. 不存在

1.【答案】*D*

【解答】
解：，，，
由正弦定理可得：，显然不成立，
所以这样的三角形不存在．
故选*D*．

2.在中，分别为内角所对的边，且满足，若点*O*是外一点，，，，则平面四边形面积的最大值是（ ）

A. B. C. 3 D.

2.【答案】*A*

【解答】

解：中，

，，

，

即，
，又，

为等边三角形．

．
，

，

故当时，取得最大值为1，
故的最大值为，
故选*A*．



3.钝角三角形*ABC*的面积是1，且，，则

A. B. C. 1 D.

3.【答案】*A*

解：因为，
，
所以，
当*A*为钝角时，，
利用余弦定理得：，
即，
当*A*为锐角时，，
利用余弦定理得：，
即，
此时，即为直角三角形，不合题意，舍去，
所以，
故选*A*．

3.的内角的对边分别为，若，则*c*的最大值为

A. B. C. 3 D. 4

3.【答案】*A*

【解答】
解：，即．
，
，
当，即时，
取得最大值为，
，
故选*A*．

4.已知为锐角三角形，角*A*，*B*，*C*分别对应边*a*，*b*，*c*且，  的取值范围是

A. B. C. D.

4.【答案】*B*

【解析】解：由正弦定理得：，
为锐角，故，
，而*B*为锐角，
．
，

是锐角三角形，，
，
，
，
．
．
故选：*B*．

5.在中，给出下列命题：

“若，则”的逆命题、否命题、逆否命题都是真命题；

“”是“”的充要条件；

若是锐角三角形，则；

．

则正确命题的个数是

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5.【答案】*D*

1. 解：在中，由正弦定理可知是的充要条件，“若，则”的逆命题、否命题、逆否命题都是真命题．
，*B*都在内，余弦函数在该区间是单调递减函数，”是“”的充要条件．
是锐角三角形，，，，．
 ， ，．
综上，四个命题均正确，故正确命题的个数为4．
故选*D*．
6.在中，角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，若，则为

A. 等腰三角形 B. 直角三角形
C. 等腰直角三角形 D. 等腰或直角三角形

【答案】*D*

解：余弦定理得，
代入得：，
即，

则有或，

故为等腰或直角三角形．
故选*D*．

7.在中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，若，，*BC*边上的中线*AD*的长为，则边长

A. 3 B. 4 C. D. 9

【答案】*D*

解：如图，是*BC*边上的中线，



设，则．
，，，
在中，．

在中，，

，解得．
．
故选*D*．

8.在中，已知，如果有两组解，则*x*的取值范围是

A. B.  C. D.

【答案】*A*

解：在中，当时，三角形*ABC*有两组解，
所以，，，如果三角形*ABC*有两组解，
那么*x*应满足，
即．
故选*A*．

9.甲船在岛*A*的正南*B*处，以的速度向正北航行，，同时乙船自岛*A*出发以的速度向北偏东的方向驶去，当甲、乙两船相距最近时，它们所航行的时间为

A. B. C. D.

【答案】*A*

【解答】

解：如图，

设*t*小时后甲行驶到*D*处，，
乙船行驶到*C*处，，，
，
化简得：，
抛物线开口朝上，
在对称轴处有最小值，
取最小值时，即．
故选*A*．

10.在中，，，，则的值等于

A.   B. C. D.

【答案】*A*

解：，，，
，解得．
由余弦定理得，
．
又由正弦定理得，
．
故选*A*．

11.三角形*ABC*的面积是，，，则

A. 5 B. 或1 C. 2或5 D. 1

【答案】*B*

解：因为，
所以，
所以或，
当时，由余弦定理，
当时，由余弦定理，解得．
故选*B*．

12.在中，，，则的取值范围是

A.  B. 
C. 或 D. 或

【答案】*B*

解：设，则，
由余弦定理可得，，
当且仅当时等号成立，
根据余弦函数的性质可知，．
故选*B*．

13.在中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，若为锐角三角形，且满足，则的取值范围是

A. B. C. D.

【答案】*D*

解：，，即，
化为：，*B*为锐角，可得：，可得：，
又，可得：，，
．
故选*D*．

(多选)

14.的三边分别为，若，则下列命题正确的是

A. B. 的周长为
C. 的面积为 D. 的外接圆半径为．

【答案】*BCD*

解：由题意，的三边分别为，若，
则
整理得，
若，即，则，此时，故选项*A*不正确，
计算可知的周长为，的面积为，的外接圆半径为；
若，则，此时有，由余弦定理可求得，，
从而有，，
计算可知的周长为，的面积为，的外接圆半径为；
综上，*B*、*C*、*D*正确，故选*BCD*．

15.在中，*a*、*b*、*c*分别为、、的对边，下列叙述正确的是

A. 若 则为等腰三角形
B. 若 则为等腰三角形
C. 若则为锐角三角形
D. 若，则

【答案】*ACD*

解：对*A*，由正弦定理得，为等腰三角形，正确；
对*B*，由正弦定理得，即，所以，或，
即，或，为等腰三角形或直角三角形，错误；
对*C*，因为，
所以
，
又*A*，*B*，*C*为三角形的内角，所以，
所以*A*，*B*，*C*均为锐角，正确；
对*D*，由正弦定理得，，
所以，
即，，
所以
所以，故*D*正确．
故选*ACD*．

16.如图，设的内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且若点*D*是外一点，，，下列说法中，正确的命题是

A. 的内角
B. 的内角
C. 四边形*ABCD*面积的最大值为
D. 四边形*ABCD*面积无最大值

【答案】*ABC*

解：因为，
由正弦定理得：
，
所以，
易知，则，
所以或，
又，则，
所以的内角，
所以为等边三角形，故*A*、*B*正确；
设，在中，
由余弦定理得

，
所以四边形*ABCD*的面积为

，
当时，取得最大值1，
所以四边形*ABCD*的面积的最大值为，故*C*正确，*D*错误，
故选*ABC*．

17.两座灯塔*A*和*B*与海洋观察站*C*的距离都等于1*km*，灯塔*A*在观察站*C*的北偏东，灯塔*B*在观察站*C*的南偏东，则灯塔*A*与灯塔*B*的距离为\_\_\_\_\_\_\_\_\_*km*．

【答案】．

解： 如下图，

由题意，在中，，，，
由余弦定理得：
，
所以．
故答案为．

18.在中，内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知，，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

解：在 中，，
由正弦定理可得：
，
，
，
，
，，
，
又

![=2[{\rm \sin}A+{\rm \sin}( \dfrac{2π}{3}-A)]]()



又因为 ，

![∴ {\rm \sin} (A+ \dfrac{π}{6})∈( \dfrac{1}{2}\;,\;1]]()
![a+c=2 \sqrt{3}{\rm \sin} (A+ \dfrac{π}{6})∈( \sqrt{3}\;,\;2 \sqrt{3}]]()
故答案为．

19.在中，，，，*D*为*BC*中点，\_\_\_\_



【答案】

解：由余弦定理可得：
，
解得，
为*BC*中点，，
，
又，
解得，
，，
由正弦定理可得，
，，，即，
易知为锐角，，
故答案为．

20.已知中，，，的面积，则的外接圆半径等于\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

解：在中，，
，
，
，
，，
的外接圆的半径，
故答案为
21.在中，*a*，*b*，*c*分别为内角*A*，*B*，*C*的对边，．

求角*C*；

若，*D*为*BC*中点，在下列两个条件中任选一个，求*AD*的长度．
条件：的面积且；条件：．

【答案】解：在中，由余弦定理知：，
所以，所以，
又由正弦定理知：，得，
所以，
即：，
所以，
因为，所以，所以，
又因为，所以．
若选择条件：
因为，所以，
由余弦定理知：，
所以，
由，
解得：或，
因为，所以，
所以，所以，
在中
，
所以；
若选择条件：
因为，所以，
由正弦定理知：，
又因为，
所以，
在中，由余弦定理知：，
解得：．

【解析】本题考查正余弦定理在解三角形计算中的综合应用，涉及面积公式，两角和差的三角函数公式．
将已知条件结合余弦定理，得到，再结合正弦定理边化角，并利用三角恒等变形得到，进而求得
若选择条件，由面积公式得到，由余弦定理得到，根据，即得*a*，*b*的值，进而得到*CD*的值，然后利用余弦定理求解*AD*即可；
若选择条件，利用两角和的正弦公式求得sin*A*的值，结合正弦定理得，进而在中利用余弦定理求解*AD*即可．

22.在中，内角的对边分别为，已知．

求角*A*；

若，求面积的最大值

【答案】解：因为，
所以由正弦定理得，
因为*A*，*B*，*C*为三角形内角，
所以，
即，
因为，
所以，
又因为
则；
由余弦定理得，，
，
，
由基本不等式得，，
即，时等号成立，
则当时，面积的最大为．

23.如图，在中，，，，，*D*在*BC*边上，连接*AD*．


Ⅰ求角*B*的大小；

Ⅱ求的面积．

【答案】解：Ⅰ因为，，
所以，，
所以

，
由图可知，所以
Ⅱ在中，由余弦定理得
，
所以，
解得，
所以

．

24.已知*a*，*b*，*c*分别为内角*A*，*B*，*C*的对边，若同时满足以下四个条件中的三个：．
Ⅰ条件能否同时满足，请说明理由；
Ⅱ以上四个条件，请在满足三角形有解的所有组合中任选一组，并求出对应的面积．

【答案】解：Ⅰ由及余弦定理可得，，
所以，
由   及正弦定理可得，，
即，
因为，，
所以，且*A*为三角形的内角，，
因为，
故*B*，则，与题意矛盾，
故不可能同时满足；
Ⅱ由Ⅰ可知，满足或，
若满足，因为，
所以，即，
解可得，，；
若满足，即，，．
由正弦定理可得，，
故，此时，，．

25.如图所示，合肥一中积极开展美丽校园建设，现拟在边长为千米的正方形地块*ABCD*上划出一片三角形地块*CMN*建设小型生态园，点*M*，*N*分别在边*AB*，*AD*上
当点*M*，*N*分别时边*AB*中点和*AD*靠近*D*的三等分点时，求的余弦值；
实地勘察后发现，由于地形等原因，的周长必须为千米，请研究是否为定值，若是，求此定值，若不是，请说明理由．

【答案】解：当点*M*，*N*分别是边*AB*中点和*AD*靠近*D*的三等分点时，
，，如图所示；
所以，
所以，
所以，
所以；
设，，则，
可得，
又，，
所以，
将代入上式，计算得，
所以，
所以为定值．

26.如图所示，某市在做文化景观设计时，拟在边长为1千米的正方形地块*ABCD*上划出一个三角形地块*APQ*种植草坪，两个三角形地块*PAB*与*QAD*种植花卉，一个三角形地块*CPQ*设计成水景喷泉，四周铺设小路供居民休闲散步，其中点*P*在边*BC*上，点*Q*在边*CD*上，记．



 当时，求花卉种植面积*S*关于的函数表达式，并求*S*的最小值

考虑到小区道路的整体规划，要求，证明为定值，并求此时市民活动区域草坪和喷泉的面积的最大值．

【答案】解：因为，，
所以，，
在中，，
在中，，
所以与的面积之和
![S= \dfrac{1}{2} [tanα+\tan( \dfrac{π}{4} -α)]= \dfrac{{{\rm \tan}}^{2}α+1}{2({\rm \tan}α+1)}]()，
令，则，
因为*S*在上单调递减，在上单调递增，
所以当，即时，
*S*取得最小值，且最小值为平方千米．
如图，延长*PB*到点*E*使，

则，
，，
又，
，
所以是定值，且．
由可知，此时市民活动区域的面积，，
当时，*W*取得最大值，
且最大值为平方千米．

27.如图，边长为2的等边三角形*ABC*中，*O*是*BC*的中点，*D*，*E*分别是边*AB*，*AC*上的动点不含端点，记．

     

在图中，，试将*AD*，*AE*分别用含的关系式表示出来，并证明为定值；

在图中，，问此时是否为定值？若是，请给出证明；否则，求出的取值范围．

【答案】解：由，，
则，，，
在和中，分别应用正弦定理可得，，，
故，，
所以，，．
从而

，
从而为定值；
当，，则，，，
在和中，分别应用正弦定理可得，
，，
故，，
所以，，，，．
令，，
下面先求*y*的取值范围：
解法一：

，
由于，，，
所以
因此；
解法二：，设，则，，
由，，，，
又在上单调递减，在上单调递增，
而当或2时，，当时，，所以
因此．