1.满足条件，，的的个数是

A. 1 B. 2 C. 无数个 D. 不存在

1.【答案】*D*

【解答】  
解：，，，  
由正弦定理可得：，\sin \;B{\rm =} \dfrac{5}{4}{\rm > }1显然不成立，  
所以这样的三角形不存在．  
故选*D*．

2.在中，分别为内角所对的边，且满足，若点*O*是外一点，，，，则平面四边形面积的最大值是（ ）

A. B. C. 3 D.

2.【答案】*A*

【解答】

解：中，

，，

，

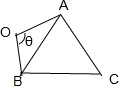
即，  
，又，

为等边三角形．

．  
，

，

故当时，取得最大值为1，  
故的最大值为，  
故选*A*．



3.钝角三角形*ABC*的面积是1，且，，则

A. B. C. 1 D.

3.【答案】*A*

解：因为，  
{S}_{\Delta ABC}= \dfrac{1}{2}AB×AC×{\rm \sin }∠BAC=1，  
所以{\rm \sin }A= \dfrac{ \sqrt{2}}{2}，  
当*A*为钝角时，{\rm \cos }A=- \dfrac{ \sqrt{2}}{2}，   
利用余弦定理得：B{C}^{2}=A{B}^{2}+A{C}^{2}-2AB·AC·{\rm \cos }A=2+4+4=10，  
即，   
当*A*为锐角时，{\rm \cos }A= \dfrac{ \sqrt{2}}{2}，   
利用余弦定理得：B{C}^{2}=A{B}^{2}+A{C}^{2}-2AB·AC·{\rm \cos }A=2+4-4=2，  
即，   
此时，即为直角三角形，不合题意，舍去，   
所以，  
故选*A*．

3.的内角的对边分别为，若，则*c*的最大值为

A. B. C. 3 D. 4

3.【答案】*A*

【解答】  
解：，即．  
，  
，  
当，即时，  
取得最大值为，  
，  
故选*A*．

4.已知为锐角三角形，角*A*，*B*，*C*分别对应边*a*，*b*，*c*且，  的取值范围是

A. B. C. D.

4.【答案】*B*

【解析】解：由正弦定理得：，  
为锐角，故，  
，而*B*为锐角，  
．  
，  
   
   
   
是锐角三角形，，  
，  
，  
，  
．  
．  
故选：*B*．

5.在中，给出下列命题：

“若，则”的逆命题、否命题、逆否命题都是真命题；

“”是“”的充要条件；

若是锐角三角形，则；

．

则正确命题的个数是

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5.【答案】*D*

1. 解：在中，由正弦定理可知是的充要条件，“若，则”的逆命题、否命题、逆否命题都是真命题．  
   ，*B*都在内，余弦函数在该区间是单调递减函数，”是“”的充要条件．  
   是锐角三角形，，，，．  
    ， ，．  
   综上，四个命题均正确，故正确命题的个数为4．  
   故选*D*．  
   6.在中，角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，若，则为

A. 等腰三角形 B. 直角三角形  
C. 等腰直角三角形 D. 等腰或直角三角形

【答案】*D*

解：余弦定理得，  
代入得：，  
即，

则有或，

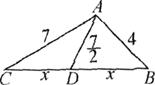
故为等腰或直角三角形．  
故选*D*．

7.在中，内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，若，，*BC*边上的中线*AD*的长为，则边长

A. 3 B. 4 C. D. 9

【答案】*D*

解：如图，是*BC*边上的中线，

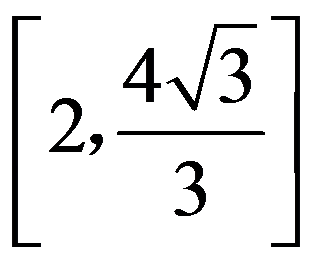


设，则．  
，，，  
在中，．

在中，{\rm \cos} C= \dfrac{{7}^{2}+{(2x)}^{2}−{4}^{2}}{2×7×2x}，

，解得．  
．  
故选*D*．

8.在中，已知，如果有两组解，则*x*的取值范围是

A. B.  C. D.

【答案】*A*

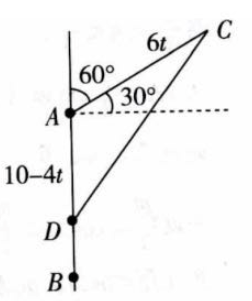
解：在中，当时，三角形*ABC*有两组解，  
所以，，，如果三角形*ABC*有两组解，  
那么*x*应满足，  
即．  
故选*A*．

9.甲船在岛*A*的正南*B*处，以的速度向正北航行，，同时乙船自岛*A*出发以的速度向北偏东的方向驶去，当甲、乙两船相距最近时，它们所航行的时间为

A. B. C. D.

【答案】*A*

【解答】

解：如图，  
  
设*t*小时后甲行驶到*D*处，，  
乙船行驶到*C*处，，，  
，  
化简得：，  
抛物线开口朝上，  
在对称轴处有最小值，  
取最小值时，即．  
故选*A*．

10.在中，，，，则的值等于

A.   B. C. D.

【答案】*A*

解：，，，  
，解得．  
由余弦定理得{a}^{2}={b}^{2}+{c}^{2}-2bc{\rm \cos}60^{\small \circ} =1+16-2×1×4× \dfrac{1}{2}=13，  
．  
又由正弦定理得，  
．  
故选*A*．

11.三角形*ABC*的面积是，，，则

A. 5 B. 或1 C. 2或5 D. 1

【答案】*B*

解：因为{S}_{\triangle ABC}= \dfrac{1}{2}ac{\rm \sin}B= \dfrac{1}{2}×1× \sqrt{2}{\rm \sin}B= \dfrac{1}{2}，  
所以{\rm \sin}B= \dfrac{ \sqrt{2}}{2}，  
所以或，  
当时，由余弦定理A{C}^{2}=A{B}^{2}+B{C}^{2}-2AC×BC×{\rm \cos}B=1，  
当时，由余弦定理，解得．  
故选*B*．

12.在中，，，则的取值范围是

A.  B.   
C. 或 D. 或

【答案】*B*

解：设，则，  
由余弦定理可得，{\rm \cos }B= \dfrac{{x}^{2}+8-2}{4 \sqrt{2}x}= \dfrac{1}{4 \sqrt{2}}\left(x+ \dfrac{6}{x}\right)\geqslant \dfrac{1}{4 \sqrt{2}}×2 \sqrt{6}= \dfrac{ \sqrt{3}}{2}，  
当且仅当时等号成立，  
根据余弦函数的性质可知，0 < B\leqslant \dfrac{{\rm π}}{6}．  
故选*B*．

13.在中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，若为锐角三角形，且满足，则的取值范围是

A. B. C. D.

【答案】*D*

解：，，即，  
化为：，*B*为锐角，可得：，可得：B=2A ∈(0, \dfrac{{\rm π}}{2}), ∴A∈(0, \dfrac{π}{4})，  
又，可得：，∴ \dfrac{ \sqrt{3}}{2} < {\rm \sin }B < 1，  
∴ \dfrac{{\rm \sin }(B−A)}{{\rm \sin }A{\rm \sin }B}= \dfrac{{\rm \sin }A}{{\rm \sin }A{\rm \sin }B}= \dfrac{1}{{\rm \sin }B}∈(1, \dfrac{2 \sqrt{3}}{3})．  
故选*D*．

(多选)

14.的三边分别为，若，则下列命题正确的是

A. B. 的周长为  
C. 的面积为 D. 的外接圆半径为．

【答案】*BCD*

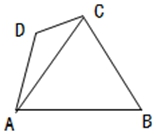
解：由题意，的三边分别为，若，  
则{\rm \sin} (B+A)+{\rm \sin} (B−A)=2{\rm \sin} 2A  
整理得2{\rm \sin} B{\rm \cos}A=4{\rm \sin} A{\rm \cos}A，  
若{\rm \cos}A=0，即A= \dfrac{{\rm π}}{2}，则B= \dfrac{{\rm π}}{6}，此时，故选项*A*不正确，  
计算可知的周长为，的面积为，的外接圆半径为；  
若{\rm \cos}A\neq 0，则2{\rm \sin} B=4{\rm \sin} A，此时有，由余弦定理可求得，，  
从而有B= \dfrac{{\rm π}}{2}，A= \dfrac{{\rm π}}{6}，  
计算可知的周长为，的面积为，的外接圆半径为；  
综上，*B*、*C*、*D*正确，故选*BCD*．

15.在中，*a*、*b*、*c*分别为、、的对边，下列叙述正确的是

A. 若 则为等腰三角形  
B. 若 则为等腰三角形  
C. 若则为锐角三角形  
D. 若，则

【答案】*ACD*

解：对*A*，由正弦定理得，为等腰三角形，正确；  
对*B*，由正弦定理得，即，所以，或2A={\rm π}-2B，  
即，或A+B= \dfrac{{\rm π}}{2}，为等腰三角形或直角三角形，错误；  
对*C*，因为，  
所以  
，  
又*A*，*B*，*C*为三角形的内角，所以，  
所以*A*，*B*，*C*均为锐角，正确；  
对*D*，由正弦定理得，，  
所以\sin Bc{\rm os}C+\cos B\sin C=\sin B\sin C+\sin C\cos B，  
即，，   
所以\tan C=1,C∈\left(0,{\rm π}\right)  
所以，故*D*正确．  
故选*ACD*．

16.如图，设的内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且若点*D*是外一点，，，下列说法中，正确的命题是

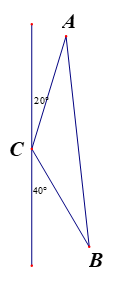
A. 的内角  
B. 的内角  
C. 四边形*ABCD*面积的最大值为  
D. 四边形*ABCD*面积无最大值

【答案】*ABC*

解：因为，  
由正弦定理得：  
，  
所以，  
易知，则，  
所以B= \dfrac{{\rm π}}{3}或\dfrac{2{\rm π}}{3}，  
又∠CAB= \dfrac{{\rm π}}{3}，则B= \dfrac{{\rm π}}{3}，  
所以的内角C ={\rm π}-{\rm A}-{\rm B}= \dfrac{{\rm π}}{3}，  
所以为等边三角形，故*A*、*B*正确；  
设，在中，  
由余弦定理得  
   
，  
所以四边形*ABCD*的面积为  
   
   
   
=3\sin (θ- \dfrac{{\rm π}}{3})+ \dfrac{5 \sqrt{3}}{2}，  
当θ- \dfrac{{\rm π}}{3}= \dfrac{{\rm π}}{2}时，\sin (θ- \dfrac{{\rm π}}{3})取得最大值1，  
所以四边形*ABCD*的面积的最大值为，故*C*正确，*D*错误，  
故选*ABC*．

17.两座灯塔*A*和*B*与海洋观察站*C*的距离都等于1*km*，灯塔*A*在观察站*C*的北偏东，灯塔*B*在观察站*C*的南偏东，则灯塔*A*与灯塔*B*的距离为\_\_\_\_\_\_\_\_\_*km*．

【答案】．

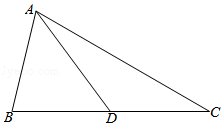
解： 如下图，  
  
由题意，在中，，，，  
由余弦定理得：  
={1}^{2}+{1}^{2}-2·1·1·{\rm \cos}120^{\small \circ}=3，  
所以．  
故答案为．

18.在中，内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知，，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

解：在 中，，  
由正弦定理可得：\begin{array}{}2{\rm \sin}C−{\rm \sin}A=2{\rm \sin}B{\rm \cos}A\end{array}  
∴ \begin{array}{}2{\rm \sin}\left(A+B\right)−{\rm \sin}A=2{\rm \sin}B{\rm \cos}A\end{array}，  
∴ \begin{array}{}2{\rm \sin}A{\rm \cos}B={\rm \sin}A\end{array}，  
，  
∴ \begin{array}{}{\rm \cos}B= \dfrac{1}{2}\end{array}，  
∴ \begin{array}{}{\rm \sin}B= \dfrac{ \sqrt{3}}{2}\end{array}，\begin{array}{}B= \dfrac{{\rm π}}{3}\end{array}，  
，  
又\dfrac{a}{{\rm \sin} A}= \dfrac{c}{{\rm \sin}C}= \dfrac{ \sqrt{3}}{ \dfrac{ \sqrt{3}}{2}}=2  
   
=2[{\rm \sin}A+{\rm \sin}( \dfrac{2π}{3}-A)]  
=2({\rm \sin}A+ \dfrac{ \sqrt{3}}{2}{\rm \cos}A+ \dfrac{1}{2}{\rm \sin}A)  
=2( \dfrac{3}{2}{\rm \sin} A+ \dfrac{ \sqrt{3}}{2}{\rm \cos} A)  
\begin{array}{}=2 \sqrt{3}( \dfrac{ \sqrt{3}}{2}{\rm \sin} A+ \dfrac{1}{2}{\rm \cos} A)=2 \sqrt{3}{\rm \sin} (A+ \dfrac{π}{6})\end{array}  
又因为 ，  
   
∴ {\rm \sin} (A+ \dfrac{π}{6})∈( \dfrac{1}{2}\;,\;1]  
a+c=2 \sqrt{3}{\rm \sin} (A+ \dfrac{π}{6})∈( \sqrt{3}\;,\;2 \sqrt{3}]  
故答案为．

19.在中，，，，*D*为*BC*中点，\_\_\_\_



【答案】

解：由余弦定理可得：  
，  
解得，  
为*BC*中点，，  
，  
又，  
解得，  
∵ B∈\left(0,{\rm π}\right)，，  
由正弦定理可得，  
，，，即，  
易知为锐角，，  
故答案为．

20.已知中，，，的面积，则的外接圆半径等于\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

解：在中，，  
，   
，  
，   
，，  
的外接圆的半径，  
故答案为  
21.在中，*a*，*b*，*c*分别为内角*A*，*B*，*C*的对边，．

求角*C*；

若，*D*为*BC*中点，在下列两个条件中任选一个，求*AD*的长度．  
条件：的面积且；条件：．

【答案】解：在中，由余弦定理知：，  
所以，所以，  
又由正弦定理知：，得，  
所以，  
即：，  
所以，  
因为，所以，所以，  
又因为，所以．  
若选择条件：  
因为，所以，  
由余弦定理知：，  
所以，  
由，  
解得：或，  
因为，所以，  
所以，所以，  
在中  
，  
所以；  
若选择条件：  
因为，所以，  
由正弦定理知：，  
又因为，  
所以，  
在中，由余弦定理知：，  
解得：．

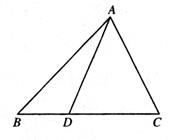
【解析】本题考查正余弦定理在解三角形计算中的综合应用，涉及面积公式，两角和差的三角函数公式．  
将已知条件结合余弦定理，得到，再结合正弦定理边化角，并利用三角恒等变形得到，进而求得  
若选择条件，由面积公式得到，由余弦定理得到，根据，即得*a*，*b*的值，进而得到*CD*的值，然后利用余弦定理求解*AD*即可；  
若选择条件，利用两角和的正弦公式求得sin*A*的值，结合正弦定理得，进而在中利用余弦定理求解*AD*即可．

22.在中，内角的对边分别为，已知．

求角*A*；

若，求面积的最大值

【答案】解：因为，  
所以由正弦定理得，  
因为*A*，*B*，*C*为三角形内角，  
所以，  
即，  
因为，  
所以，  
又因为  
则；  
由余弦定理得，，  
，  
，  
由基本不等式得，，  
即，时等号成立，  
则当时，面积的最大为．

23.如图，在中，，，，，*D*在*BC*边上，连接*AD*．  


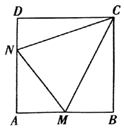
Ⅰ求角*B*的大小；

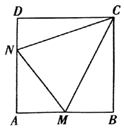
Ⅱ求的面积．

【答案】解：Ⅰ因为，，  
所以\cos {\rm ∠}BAD= \dfrac{13}{14}，\sin {\rm ∠}ADC= \dfrac{4 \sqrt{3}}{7}，  
所以  
   
，  
由图可知0 < B < \dfrac{{\rm π}}{2}，所以B= \dfrac{{\rm π}}{3} ;   
Ⅱ在中，由余弦定理得  
，  
所以，  
解得，  
所以  
   
．

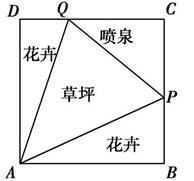
24.已知*a*，*b*，*c*分别为内角*A*，*B*，*C*的对边，若同时满足以下四个条件中的三个：．  
Ⅰ条件能否同时满足，请说明理由；  
Ⅱ以上四个条件，请在满足三角形有解的所有组合中任选一组，并求出对应的面积．

【答案】解：Ⅰ由及余弦定理可得，，  
所以，  
由   及正弦定理可得，，  
即，  
因为，，  
所以，且*A*为三角形的内角，A= \dfrac{{\rm π}}{3}，  
因为，  
故*B*，则，与题意矛盾，  
故不可能同时满足；  
Ⅱ由Ⅰ可知，满足或，  
若满足，因为，  
所以，即，  
解可得，，；  
若满足，即A= \dfrac{{\rm π}}{3}，，．  
由正弦定理可得，，  
故，此时，，．

25.如图所示，合肥一中积极开展美丽校园建设，现拟在边长为千米的正方形地块*ABCD*上划出一片三角形地块*CMN*建设小型生态园，点*M*，*N*分别在边*AB*，*AD*上  
当点*M*，*N*分别时边*AB*中点和*AD*靠近*D*的三等分点时，求的余弦值；  
实地勘察后发现，由于地形等原因，的周长必须为千米，请研究是否为定值，若是，求此定值，若不是，请说明理由．

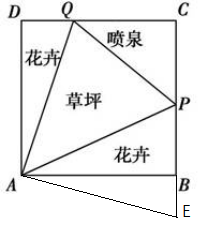
【答案】解：当点*M*，*N*分别是边*AB*中点和*AD*靠近*D*的三等分点时，  
，，如图所示；  
所以，  
所以，  
所以，  
所以；  
设，，则，  
可得，  
又，，  
所以，  
将代入上式，计算得，  
所以，  
所以为定值．

26.如图所示，某市在做文化景观设计时，拟在边长为1千米的正方形地块*ABCD*上划出一个三角形地块*APQ*种植草坪，两个三角形地块*PAB*与*QAD*种植花卉，一个三角形地块*CPQ*设计成水景喷泉，四周铺设小路供居民休闲散步，其中点*P*在边*BC*上，点*Q*在边*CD*上，记．

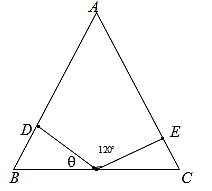
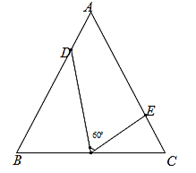


 当时，求花卉种植面积*S*关于的函数表达式，并求*S*的最小值

考虑到小区道路的整体规划，要求，证明为定值，并求此时市民活动区域草坪和喷泉的面积的最大值．

【答案】解：因为，，  
所以，，  
在中，，  
在中，，  
所以与的面积之和  
S= \dfrac{1}{2} [tanα+\tan( \dfrac{π}{4} -α)]= \dfrac{{{\rm \tan}}^{2}α+1}{2({\rm \tan}α+1)}，  
令，则，  
因为*S*在上单调递减，在上单调递增，  
所以当，即时，  
*S*取得最小值，且最小值为平方千米．  
如图，延长*PB*到点*E*使，  
  
则，  
，∠QAE=∠DAB= \dfrac{{\rm π}}{2}，  
又，  
\triangle APQ≌\triangle APE,∠PAQ= \dfrac{1}{2}∠QAE= \dfrac{{\rm π}}{4}，  
所以是定值，且．  
由可知，此时市民活动区域的面积W=1- \dfrac{{{\rm \tan}}^{2}α+1}{2({\rm \tan}α+1)}，，  
当时，*W*取得最大值，  
且最大值为平方千米．

27.如图，边长为2的等边三角形*ABC*中，*O*是*BC*的中点，*D*，*E*分别是边*AB*，*AC*上的动点不含端点，记．

在图中，，试将*AD*，*AE*分别用含的关系式表示出来，并证明为定值；

在图中，，问此时是否为定值？若是，请给出证明；否则，求出的取值范围．

【答案】解：由，，  
则，，，  
在和中，分别应用正弦定理可得，，，  
故，，  
所以，，．  
从而  
   
   
，  
从而为定值；  
当，，则，，，  
在和中，分别应用正弦定理可得，  
，，  
故，，  
所以，，，，．  
令，，  
下面先求*y*的取值范围：  
解法一：  
   
   
   
   
   
，  
由于，，，  
所以  
因此；  
解法二：，设，则，，  
由，，，，  
又在上单调递减，在上单调递增，  
而当或2时，，当时，，所以  
因此．