1. 给出下列六个命题：  
   两个向量相等，则它们的起点相同，终点相同；  
   若，则；  
   向量和向量是共线向量，则点*A*、*B*、*C*、*D*必在同一条直线上；  
   平行四边形*ABCD*中，一定有；  
   若，，则；  
   ，则其中不正确的命题的个数为

A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

1.【答案】*C*

2.在平面上，\overrightarrow{A{B}_{1}}{\rm ⊥}\overrightarrow{A{B}_{2}}，，，若，则的取值范围是

A. B. C. D.

2.【答案】*D*

解：，∴ \overrightarrow{\text{AB}_{1}}\text{·}\overrightarrow{\text{AB}_{2}} =( \overrightarrow{{{\rm OB}}_{1}}-\overrightarrow{{\rm OA}} )·( \overrightarrow{{{\rm OB}}_{2}}-\overrightarrow{{\rm OA}} )

= \overrightarrow{{{\rm OB}}_{1}}·\overrightarrow{{{\rm OB}}_{2}}-\overrightarrow{{{\rm OB}}_{1}}·\overrightarrow{{\rm OA}}-\overrightarrow{{\rm OA}}·\overrightarrow{{{\rm OB}}_{2}}+{\overrightarrow{{\rm OA}}}^{2} =0，

∴ \overrightarrow{{{\rm OB}}_{1}}·\overrightarrow{{{\rm OB}}_{2}}-\overrightarrow{{{\rm OB}}_{1}}·\overrightarrow{{\rm OA}}-\overrightarrow{{\rm OA}}·\overrightarrow{{{\rm OB}}_{2}}=-{\overrightarrow{{\rm OA}}}^{2}，

，

∴ \overrightarrow{{\rm OP}}-\overrightarrow{{\rm OA}}=\overrightarrow{{{\rm OB}}_{1}}-\overrightarrow{{\rm OA}}+\overrightarrow{{{\rm OB}}_{2}}-\overrightarrow{{\rm OA}}，

∴ \overrightarrow{{\rm OP}}=\overrightarrow{{{\rm OB}}_{1}}+\overrightarrow{{{\rm OB}}_{2}}-\overrightarrow{{\rm OA}}，

，

∴ {\overrightarrow{OP}}^{2}=1+1+{\overrightarrow{{\rm OA}}}^{2}+2 ( \overrightarrow{{{\rm OB}}_{1}}·\overrightarrow{{{\rm OB}}_{2}}-\overrightarrow{{{\rm OB}}_{1}}·\overrightarrow{{\rm OA}}-\overrightarrow{{\rm OA}}·\overrightarrow{{{\rm OB}}_{2}} )  
=2+ {\overrightarrow{{\rm OA}}}^{2} \text{+} 2 (-{\overrightarrow{{\rm OA}}}^{2})=2-{\overrightarrow{{\rm OA}}}^{2}，

，，

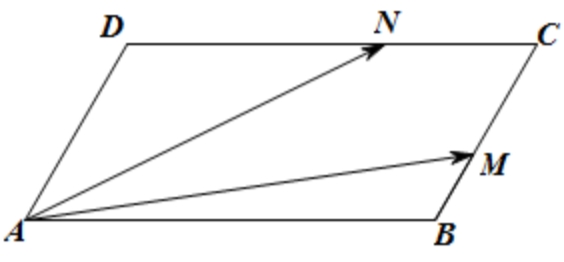
∴0\leqslant 2-{\overrightarrow{{\rm OA}}}^{2} < \dfrac{1}{4}，

∴ \dfrac{7}{4} < {\overrightarrow{{\rm OA}}}^{2} \leqslant 2，即  
故选*D*．

3.在平行四边形*ABCD*中，，，，若*M*，*N*分别是边*BC*，*CD*上的点，且满足，则的最大值为

A. 2 B. 4 C. 5 D. 6

3.【答案】*C*

解：如图所示：  
  
设  
则有  
   
，  
   
   
，  
当有最大值为5．  
故选*C*．

*4.O*为所在平面上动点，点*P*满足，，则射线*AP*过的

A. 外心 B. 内心 C. 重心 D. 垂心

4.【答案】*B*

解：分别表示向量方向上的单位向量，  
的方向与的角平分线重合，  
又可得到，  
向量的方向与的角平分线重合，  
射线*AP*的轨迹一定通过的内心．  
故选*B*．

5.若平面向量，满足，则对于任意实数，的最小值是

A. B. C. 2 D. 1

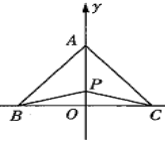
5.【答案】*A*

解：由题意，  
设与的夹角为，  
，  
，  
，  
即γ∈[0, \dfrac{{\rm π}}{2}) ,   
则，  
故选：*A*．

6.已知单位向量满足，则的值为

A. B. C. 1 D.

6.【答案】*A*

解：连接*BC*，设*O*为*BC*的中点，连接*PO*，如图，  
  
则，即．  
由，得  
所以，即，  
，  
所以，，，．  
以*O*为坐标原点，*BC*，*PA*所在直线分别为*x*，*y*轴建立平面直角坐标系，  
则，，，所以，，  
所以，  
故选*A*．

7.在矩形*ABCD*中，已知*E*，*F*分别是*BC*，*CD*上的点，且满足，若点*P*在线段*BD*上运动，且，则的取值范围为

A. B. C. D.

7.【答案】*B*

解：设，  
联立，可解得  
因为点*P*在线段*BD*上运动，则可设，  
   
  
   
，  
又，所以  
因为，所以．  
故答案选*B*．

8.如图，在中，，\overrightarrow{BD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}(x,y∈\boldsymbol{\rm R})，，且，则    

A. 1 B. C. D.

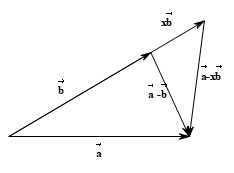
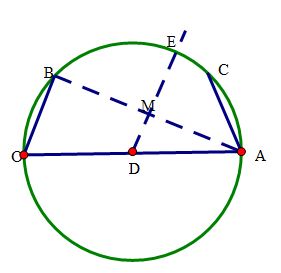
8.【答案】*B*

解：由，  
则，  
   
，  
因为，且，  
所以，  
所以，  
又*B*，*D*，*C*共线，  
则，，  
则．  
故选*B*．

9.已知平面向量，，，对任意实数*x*，*y*都有，成立．若，则的最大值是

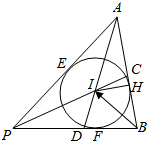
A. B. C. D.

9.【答案】*A*

解： 如下图，  
  
因为任意都有，  
所以由图知，  
同理，  
记，  
则*B*，*C*都在以*OA*为直径的圆上，如下图，  
则，  
  
先将*B*视为定点，设，，连接*AB*，则，，  
如图，过圆心*D*作*OB*的平行线交圆*D*于*E*，交*BA*于*M*，垂足为*M*，  
又知当*B*，*C*在*OA*的同侧时，最大，  
设*C*在*DE*上的射影点为*N*，当*C*确定时，*M*为定点，则当点*N*落在*E*处时，投影*MN*最大，  
由向量数量积的几何意义知，最大值为，  
又，所以，  
所以的最大值为  
，  
所以当即时，的最大值为，  
即的最大值是，  
故选*A*．10已知点*C*为线段*AB*上一点，*P*为直线*AB*外一点，*PC*是的角平分线，*I*为*PC*上一点，满足 ，则的值为

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

10.【答案】*B*

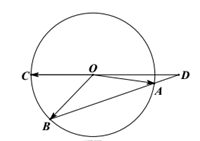
解：，*PC*是角的平分线，   
又满足，即，   
所以*I*在的角平分线上，由此得*I*是的内心，过*I*作于*H*，*I*为圆心，*IH*为半径，作的内切圆，如图，  
  
分别切*PA*，*PB*于*E*、*F*，   
，，，   
在直角三角形*BIH*中，，   
所以   
故选：

11.已知平面向量，，，满足：，，且对任意实数恒有成立，若，，其中，记的最大值为*M*，的最小值为*m*，则（ ）

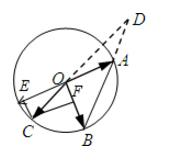
A. B. C. D.

11.【答案】*D*

解：由题意，设向量，的夹角为，  
恒成立，  
，  
即，  
对任意实数，恒有，  
，即，  
又，  
，即，  
，  
，即与的夹角，  
又向量，其中的终点在线段*AB*上，  
则的最大值为，  
另外，，  
，  
当时，，  
．  
故选*D*．  
12如图，*A*，*B*，*C*是圆*O*上的三点，*CO*的延长线与线段*BA*的延长线交于圆*O*外一点*D*，若，则的取值范围是

A. B. C. D.

12.【答案】*B*

解：，*B*，*D*三点共线，  
存在实数*m*满足，  
又，，  
，  
即，与比较，  
可得，，  
则．  
的取值范围是．  
故选*B*．  


13在{\rm Δ}OAB中，已知，，{\rm ∠}AOB={45}^{∘}，*P*是所在平面内一点，若，满足，且，则在上投影的取值范围是

A. B. C. D.

13.【答案】*A*

解：以*O*为坐标原点，*OA*所在直线为*x*轴，由题意得，  
则，，  
因为，且，  
所以，  
所以，  
则在上的投影是  
，  
因为，  
所以，  
所以，  
故选*A*．

14.已知点*A*，*B*，*C*均位于同一单位圆*O*上，且，若，则的取值范围为          ．

14.【答案】

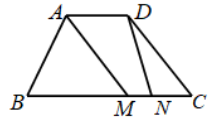
解：\overrightarrow{BA}⋅\overrightarrow{BC}=|\overrightarrow{BA}|⋅|\overrightarrow{BC}|\cos \;{\rm ∠}ABC=|\overrightarrow{AB}{|}^{2}．  
⇒|\overrightarrow{BC}|\cos \;{\rm ∠}ABC=|\overrightarrow{AB}|⇒{\rm ∠}{\rm B}AC={{\rm 90}}^{∘}，  
又点*A*，*B*，*C*均位于圆*O*上，因此*BC*为直径．  
而  
   
，  
因此点*P*在圆心为*O*、半径为2的圆上．，  
当与同向时，取最大值，  
当与反向时，取最小值．  
故答案为 ．

15.已知，是不共线的两个平面向量，与所成角为，，若对任意的，的最小值为，则的最小值是          ．

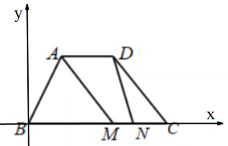
15.【答案】

解：，，

当时，，  
即，  
又，与所成角为  
所以，  
所以有，，  
，，  
当时，，  
所以最小值为．  
故答案为．

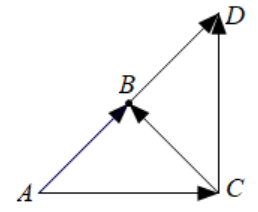
16.如图，在四边形*ABCD*中，，，，且，，若*M*，*N*是线段*BC*上的动点，且，则的最小值为          ．

【答案】

16.解：以*B*为原点，以*BC*为*x*轴建立如图所示的直角坐标系，  
  
，，，，，  
，则，设，  
，，  
且，，解得，  
，，  
当点*M*在点*N*的左侧，设，则，其中，  
，，  
，  
当时，取得最小值，最小值为，  
当点*M*在点*N*的右侧，设，则，其中，  
，，  
，  
当时，取得最小值，最小值为，  
综上所述，当，时，取得最小值，  
故答案为：．

17.不共线的向量，的夹角为，若向量与的夹角也为，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

17.【答案】

解：如图，  
  
设，，  
则，，  
由不共线的向量，的夹角为，向量与的夹角也为，  
可知，结合公共角，  
得到，所以．  
设，，  
则，  
则，整理得到，当且仅当时等号成立；  
所以的最小值为．  
故答案为．  
18.已知向量，，，则当取最小值时，实数

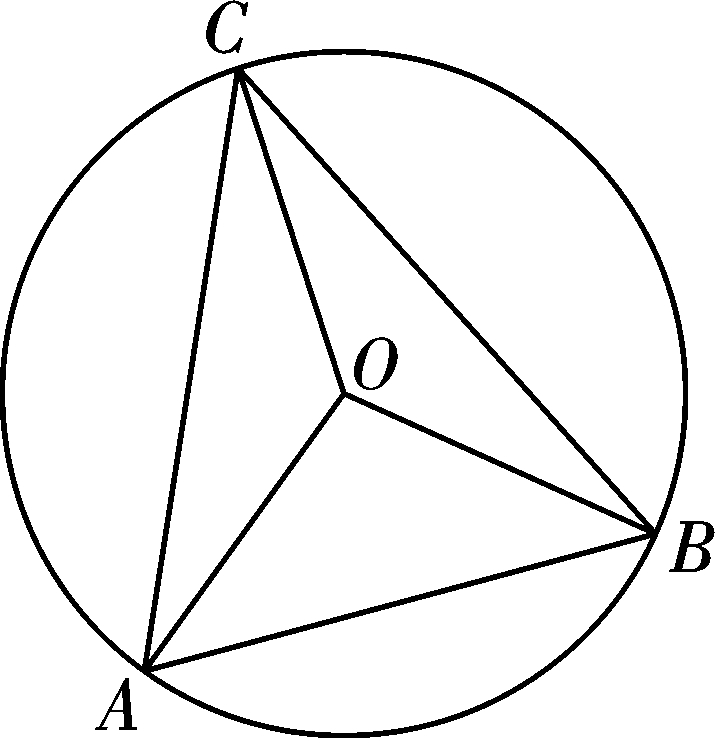
A. B. C. D. 1

18.解：由，则  
，  
得，．  
则，  
当时有最小值，  
故选*A*．

19.设点*O*是的外心，且，那么下列命题为真命题的是

A. 若，则C=\dfrac { { \rm{ π } } } { 2 }  
B. 若\overset\rightarrow { OA }{ \rm{ / } }{ \rm{ / } }\overset\rightarrow { OB }，则  
C. 若，，，则四边形*AOBC*的面积是5  
D. 若且C=\dfrac { { \rm{ π } } } { 3 }，则的最大值是

19.【答案】*ACD*

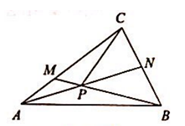
解：如图，  
  
选项*A* ， ，则点 三点共线，  
又直角三角形的外心在斜边上，故 ，故选项*A*正确；  
选项*B*若 ，则点 三点共线，  
故 中， ，此时 *O*为 *AB*的中点，  
则 ，不满足 ，故选项*B*错误；  
选项*C* ，则点 *O*在 外，  
又 ，即 ，  
所以 ，故选项*C*正确；  
选项*D* ，即  ，  
因为 ，  
平方则有  ，  
化简得 ，  
即  当 时取，  
故有舍掉，故，故选项*D*正确．  
故选*ACD*．

20.点*O*在所在的平面内，则以下说法正确的有

A. 已知平面向量、、满足，且，则是等边三角形  
B. 若，则点*O*为的垂心  
C. 若，则点*O*为的外心  
D. 若，则点*O*为的内心

20.【答案】*AC*

解：选项*A*，平面向量、、满足  
，且，  
，，  
即，，  
，，  
、的夹角为，同理、的夹角也为，  
是等边三角形，故*A*正确  
选项*B*，向量，分别表示在边*AC*和*AB*上的单位向量，  
设为和，则它们的差是向量，  
则当，即时，点*O*在的平分线上，  
同理由，知点*O*在的平分线上，  
故*O*为的内心而不一定是垂心，故*B*错误  
选项*C*，是以，为邻边的平行四边形的一条对角线，  
而是该平行四边形的另一条对角线，  
表示对角线垂直，从而这个平行四边形是菱形，即，  
同理有，于是*O*为的外心，故*C*正确  
选项*D*，由得，  
，即，，  
同理可证，，  
，，，即点*O*是的垂心而不一定时内心，故*D*错误  
故选：*AC*．  
21.如图，在中，，点分别在上，且， 若*BM*与*AN*相交于点*P*，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_

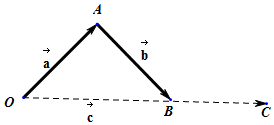
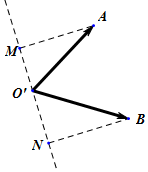


21.【答案】

解：在{\rm Δ}ABC中，点分别在上，且， ，  
   
   
，  
又  
   
，  
由平面向量基本定理可得，解得  
，而，，  
，  
，  
，设，  
化简得，，得，  
，解不等式得，  
即，，  
故的取值范围是．  
故答案为．

22.已知平面向量，，，，，，，则的最大值是\_\_\_\_\_\_，最小值是\_\_\_\_\_\_．

22【答案】16；

【解答】  
解：，|\overrightarrow{a}{\rm |=}2，|\overrightarrow{b}{\rm |=}3，  
∴ \left|\overrightarrow{a}\right|·\left|\overrightarrow{b}\right|\cos {\rm < }\overrightarrow{a},\overrightarrow{b} > = \dfrac{3}{2}，  
∴\cos {\rm < }\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}{\rm > =} \dfrac{1}{4}，  
而|\overrightarrow{a}⋅\overrightarrow{c}{\rm |+|}\overrightarrow{b}⋅\overrightarrow{c}{\rm |=|}\overrightarrow{a}{\rm ||}\overrightarrow{c}|\cos \;{θ}_{1}{\rm +|}\overrightarrow{b}{\rm ||}\overrightarrow{c}|\cos \;{θ}_{2}{\rm =|}\overrightarrow{c}|(|\overrightarrow{a}|\cos \;{θ}_{1}{\rm +|}\overrightarrow{b}|\cos \;{θ}_{2})，  
其中{\rm < }\overrightarrow{a},\overrightarrow{c}{\rm > =}{θ}_{1}{\rm , < }\overrightarrow{b},\overrightarrow{c}{\rm > =}{θ}_{2}，表示在上的投影，表示在上的投影，  
  
向量和向量在一个线上，投影之和的最大值为，即经过点*B*时，，  
最大值为|\overrightarrow{c}{\rm |⋅|}OB{\rm |=}4×4=16；  
  
接下来求的最小值，随着角度的变化要小于，故当时，有最小值，  
此时|MN{|}_{\min }{\rm =|}OA|\cos ( \dfrac{π}{2}-θ)=2× \sqrt{1-( \dfrac{1}{4}{)}^{2}}= \dfrac{ \sqrt{15}}{2}，其中{\rm < }\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}{\rm > =}θ，  
最小值为．  
故答案为16；．

23.在平面直角坐标系中，*O*为坐标原点，已知向量，又点，，．

若且，求向量；

若向量与向量共线，当时，且取最大值为4时，求．

23.【答案】解：(1) \overrightarrow{AB}=(n−8,t), ∵\overrightarrow{AB}{\rm ⊥}\overrightarrow{a} ，      
  又，，得        
即或．  
   
与向量共线，   
   
得，  
当时，取最大值为   
由，得，此时θ= \dfrac{{\rm π}}{6},\overrightarrow{OC}=\left(4,8\right)

24.在平面直角坐标系中，*O*是坐标原点，向量  
若*C*是*AB*所在直线上一点，且，求*C*的坐标．  
若，当，求的值．

24.【答案】解：，  
因为*C*是*AB*所在直线上一点，设，可得，  
又因为，所以，解得，  
所以；  
且，显然，  
所以，，  
又，  
所以，  
即，  
所以，  
所以即，  
解得：或．

【解析】本题考查了向量共线的坐标运算及平面向量数量积的运算，

由向量共线的坐标运算得：设，可得，又因为，，则可得*C*的坐标；

由平面向量数量积的运算得：，进而可，解之即可．

25．在平面直角坐标系*xOy*中，已知向量，设，向量．  
若，求向量与的夹角；

若对任意实数都成立，求实数的取值范围．

25.【答案】由题意， ， ，

所以 ， ，

设向量与的夹角为，

所以，

因为，即，

所以，

又因为，所以，

即向量与的夹角为．

因为对任意实数都成立，而，

所以，即任意实数都成立，

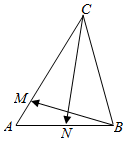
因为，所以任意实数都成立，

所以任意实数都成立，

因为，所以任意实数都成立，

所以，即，

又因为，所以．

26.在中，，，*N*是*AB*的中点，*M*是边含端点上的动点．  
若，求的值；  
若，求cos*A*的取值范围．

26.【答案】解：利用余弦定理可得：，解得．  
设．，．  
．  
，．  
化为：，  
整理可得：，．  
由于是是的单调递增函数，  
，即，即，，  
，的取值范围是．