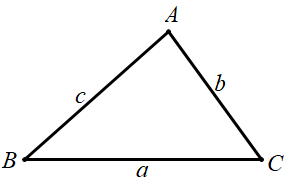
**三角形中的边角关系和面积公式**

1. 常用的三角形面积公式

（1）（分别是△ABC中*a*、*b*、*c*边上的高）；

（2）（三角形的面积等于任意两边与它们夹角的正弦值乘积的一半）.



2. 如图所示，在△ABC中，*a*、*b*、*c*分别为角A、B、C的对边，分别为*a*、*b*、*c*边上的高，R、*r*分别为△ABC的外接圆、内切圆的半径，，则△ABC的面积公式如下：

（1）；

（2）；

（3）；

（4）；

（5）；

（6）.

**巩固练习**

1．在Δ*ABC*中，∠*A*＝120°，*AC*＝2，Δ*ABC*的面积为，则*BC*边的长为（　　）

A． B． C． D．

【解答】解：在△*ABC*中，*A*＝120°，*AC*＝2，且△*ABC*的面积为2，

可得*AB*•*AC*sin*A*2×*AC*2，

解得*AB*＝4．

由余弦定理可得：*BC*2．

故选：*A*．

2．在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，*B*，*b*＝2，*b*2+*c*2﹣*a*2*bc*．若∠*BAC*的平分线与*BC*交于点*E*，则*AE*＝（　　）

A． B． C．2 D．3

【解答】解：因为*b*2+*c*2﹣*a*2*bc*，

所以cos*A*，

因为*A*∈（0，π），所以*A*，

因为*B*，*b*＝2，

所以*C*＝π﹣*A*﹣*B*，

由正弦定理，可得，解得*a*＝*c*＝2，

因为∠*BAC*的平分线与*BC*交于点*E*，

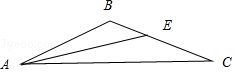
所以，即*CEBE*，

所以由*BE*+*CE*＝*BEBE*＝2，可得*BE*1，

在△*ABE*中，由余弦定理可得*AE*

．

故选：*A*．



3．三角形△*ABC*中，，*BC*边上的高等于，则tan∠*BAC*＝（　　）

A． B． C．2 D．﹣2

【解答】解：如图所示，设*AD*＝*x*，则*BD*＝*x*，*DC*＝3*x*，

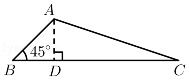
所以*AB*，

在△*ABC*中，由余弦定理可得，

则，

所以．

故选：*D*．



4．在△*ABC*中，*B*，*BC*边上的高为*BC*长度的一半，则cos*A*＝（　　）

A． B． C． D．

【解答】解：如图，*BC*边上的高*AD*恰为*BC*边长的一半，即*AD*＝*BD*

∴*ABa*，

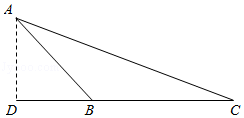
在△*ABC*中，由余弦定理得*AC*2＝*AB*2+*BC*2﹣2*AB*•*BC*cos∠*ABCa*2．

在△*ABC*中，由正弦定理得：，可得：sin*A*，

∵*A*∈（0，），

∴可得：cos*A*．

故选：*A*．



5．．在△*ABC*中，若sin*A*（sin*B*+cos*B*）﹣sin*C*＝0，sin*B*+cos2*C*＝0，*a*＝4，则△*ABC*的面积为（　　）

A． B． C． D．

【解答】解：∵由sin*A*（sin*B*+cos*B*）﹣sin*C*＝0，

∴sin*A*sin*B*+sin*A*cos*B*﹣sin（*A*+*B*）＝0．

∴sin*A*sin*B*+sin*A*cos*B*﹣sin*A*cos*B*﹣cos*A*sin*B*＝0．

∴sin*B*（sin*A*﹣cos*A*）＝0．

∵*B*∈（0，π），

∴sin*B*≠0，从而cos*A*＝sin*A*．

由*A*∈（0，π），知*A*，从而*B*+*C*．

由sin*B*+cos2*C*＝0，得sin*B*+cos2（*B*）＝0．

即sin*B*﹣sin2*B*＝0．可得sin*B*﹣2sin*B*cos*B*＝0．

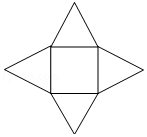
∴由此得cos*B*，*B*，*C*，

∵*a*＝4，由正弦定理可得，可得*b*＝2，

∴*S*△*ABCab*sin*C*sin4sin（）＝6+2．

故选：*C*．

6．2020年新型冠状病毒肺炎蔓延全国，作为主要战场的武汉，仅用了十余天就建成了“小汤山”模式的火神山医院和雷神山医院，再次体现了中国速度．随着疫情发展，某地也需要参照“小汤山”模式建设临时医院，其占地是由一个正方形和四个以正方形的边为底边、腰长为400*m*的等腰三角形组成的图形（如图所示），为使占地面积最大，则等腰三角形的底角为（　　）



A． B． C． D．

【解答】解：设顶角为α；

由正弦定理可得4个等腰三角形的面积和为：4400×400×sinα＝320000sinα

由余弦定理可得正方形边长为：400；

故正方形面积为：160000（2﹣2cosα）＝320000（1﹣cosα）

所以所求占地的面积为：320000（sinα﹣cosα+1）＝320000（sin（）+1]；

∴当⇒α时，占地面积最大，此时底角为：．

故选：*D*．

7．在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*的对边分别是*a*，*b*，*c*，且*BC*边上的高为，若sin*C*＝*k*sin*B*，则当*k*取最小值时，内角*A*的大小为（　　）

A． B． C． D．

【解答】解：因为sin*C*＝*k*sin*B*，所以*k*，不妨设*c*≥*b*，则*k*≥1，

因为*BC*边上的高为，所以*abc*sin*A*，即*a*2＝2*bc*sin*A*，

由余弦定理*a*2＝*b*2+*c*2﹣2*bc*cos*A*，

所以*b*2+*c*2＝2*bc*sin*A*+2*bc*cos*A*，即2sin*A*+2cos*A*＝4sin（*A*），

令*tk*，则*t*′＝1，

当*k*≥1时，*t*′≥0，所以*t*在[1，+∞）上是增函数，

当*k*＝1时，*t*＝2，即4sin（*A*）＝2，

所以*A*，可得*A*．

故选：*D*．

8．菱形*ABCD*的边长为6，∠*A*＝60°，如果点*P*是菱形内一点，且，则线段*AP*的长为（　　）

A． B． C．或 D．或

【解答】解：当*P*与*A*在*BD*的异侧时：连接*AP*交*BD*于*M*，

∵*AD*＝*AB*，*DP*＝*BP*，

∴*AP*⊥*BD*（到线段两端距离相等的点在垂直平分线上），

在直角△*ABM*中，∠*BAM*＝30°，

∴*AM*＝*AB*•cos30°＝3，*BM*＝*AB*•sin30°＝3，

∴*PM*，

∴*AP*＝*AM*+*PM*＝4；

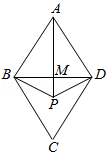
当*P*与*A*在*BD*的同侧时：连接*AP*并延长*AP*交*BD*于点

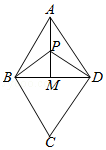
*AP*＝*AM*﹣*PM*＝2；

当*P*与*M*重合时，*PD*＝*PB*＝3，与*PB*＝*PD*＝2矛盾，舍去．

*AP*的长为4或2．

故选：*D*．





9．已知*a*，*b*，*c*分别为△*ABC*内角*A*，*B*，*C*的对边，*b*sin*C*＝2*c*•cos*B*，*b*，则当△*ABC*的周长最大时，△*ABC*的面积为（　　）

A． B． C． D．3

【分析】利用正弦定理将*b*sin*C*＝2*c*•cos*B*中的边化角，可得tan*B*，sin*B*和cos*B*的值，再结合余弦定理和基本不等式求得*ac*，而*Sac*sin*B*，进而得解．

【解答】解：由正弦定理，知，

∵*b*sin*C*＝2*c*•cos*B*，

∴sin*B*sin*C*＝2sin*C*cos*B*，

∵sin*C*≠0，∴sin*B*＝2cos*B*，即tan*B*＝2，

∴sin*B*，cos*B*，

由余弦定理知，

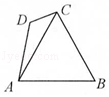
*b*2＝3＝*a*2+*c*2﹣2*ac*cos*B*＝（*a*+*c*）2*ac*≥（*a*+*c*）2（*a*+*c*）2，当且仅当*a*＝*c*时，等号成立，

∴*a*+*c*≤3，此时*ac*，

∴△*ABC*的面积*Sac*sin*B*．

故选：*A*．

10．（多选）如图，△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*．若*a*＝*b*，且（*a*cos*C*+*c*cos*A*）＝2*b*sin*B*，*D*是△*ABC*外一点，*DC*＝1，*DA*＝3，则下列说法正确的是（　　）



A．△*ABC* 是等边三角形

B．若*AC*＝2，则*A*，*B*，*C*，*D*四点共圆

C．四边形*ABCD*面积最大值为3

D．四边形*ABCD*面积最小值为3

利用三角函数恒等变换化简已知等式可求sin*B*，再利用*a*＝*b*，可知△*ABC*为等边三角形，从而判断*A*；

利用四点*A*，*B*，*C*，*D*共圆，四边形对角互补，从而判断*B*；

设*AC*＝*x*，*x*＞0，在△*ADC*中，由余弦定理可得*x*2＝10﹣6cos*D*，利用三角形的面积公式，三角函数恒等变换的，可求*S*四边形*ABCD*，利用正弦函数的性质，求出最值，判断*CD*．

【解答】解：∵（*a*cos*C*+*c*cos*A*）＝2*b*sin*B*，

∴（sin*A*cos*C*+sin*C*cos*A*）＝2sin*B*•sin*B*，即sin（*A*+*C*）sin*B*＝2sin*B*•sin*B*，

∴由sin*B*≠0，可得sin*B*，∴*B*或．

又∵*a*＝*b*．∴*B*＝∠*CAB*＝∠*ACB*，故*A*正确；

若四点*A*，*B*，*C*，*D*共圆，则四边形对角互补，由*A*正确知*D*，

在△*ADC*中，∵*DC*＝1，*DA*＝3，∴*AC*，故*B*错；

等边△*ABC*中，设*AC*＝*x*，*x*＞0，

在△*ADC*中，由余弦定理，得*AC*2＝*AD*2+*CD*2﹣2*AD*•*CD*•cos*D*，

由于*AD*＝3，*DC*＝1，代入上式，得*x*2＝10﹣6cos*D*，

∴*S*四边形*ABCD*＝*S*△*ABC*+*S*△*ACDx*•*x*sin•3sin*Dx*2sin*D*＝3sin（*D*），

∵*D*∈（0，π），∴，

∴四边形*ABCD*面积的最大值为3，无最小值，

故*C*正确，*D*错误，

故选：*AC*．

11．已知△*ABC*的内角为*A*，*B*，*C*满足sin（*B*+*C*﹣*A*）+sin（*A*+*C*﹣*B*）+sin（*A*+*B*﹣*C*），且△*ABC*的面积为2，则△*ABC*外接圆面积等于（　　）

A．2π B．4π C．8π D．16π

【解答】解：∵sin（*B*+*C*﹣*A*）+sin（*A*+*C*﹣*B*）+sin（*A*+*B*﹣*C*），且*A*+*B*+*C*＝π，

∴sin2*A*+sin2*B*+sin2*C*，

∴2sin*A*cos*A*+2sin（*B*+*C*）cos（*B*﹣*C*），

2sin*A*（cos（*B*﹣*C*）﹣cos（*B*+*C*）），

化为2sin*A*[﹣2sin*B*sin（﹣*C*）]，

∴sin*A*sin*B*sin*C*．

设外接圆的半径为*R*，

由正弦定理可得：2*R*，

由*Sab*sin*C*，及正弦定理得：sin*A*sin*B*sin*C*，

由于*S*＝2，可得：*R*2＝4*S*＝8，可得*R*＝2，

∵△*ABC*外接圆面积*S*＝π*R*2＝8π．

故选：*C*．

12．（多选）已知△*ABC*中，角*A*、*B*、*C*所对的边分别是*a*、*b*、*c*且*a*＝6，4sin*B*＝5sin*C*，有以下四个命题中正确命题有 （　　）

A．△*ABC*的面积的最大值为40

B．满足条件的△*ABC*不可能是直角三角形

C．当*A*＝2*C*时，△*ABC*的周长为15

D．当*A*＝2*C*时，若*O*为△*ABC*的内心，则△*AOB*的面积为

对于*A*，运用圆的方程和三角形的面积公式，即可得到所求最大值；对于*B*，考虑勾股定理的逆定理，即可判断；对于*C*，运用正弦定理可得4*b*＝5*c*，运用三角函数的恒等变换，即可得到所求周长；对于*D*，运用正弦定理和三角函数的恒等变换、三角形的面积公式和等积法，即可得到所求面积．

【解答】解：以*BC*的中点为坐标原点，*BC*所在直线为*x*轴，可得*B*（﹣3，0），*C*（3，0），

4sin*B*＝5sin*C*，可得4*b*＝5*c*，设*A*（*m*，*n*），

可得45，平方可得16（*m*2+*n*2﹣6*m*+9）＝25（*m*2+*n*2+6*m*+9），

即有*m*2+*n*2*m*+9＝0，化为（*m*）2+*n*2＝（）2，

则*A*的轨迹为以（，0），半径为的圆，可得△*ABC*的面积的最大值为640，

故*A*对；

*a*＝6，4sin*B*＝5sin*C*即4*b*＝5*c*，设*b*＝5*t*，*c*＝4*t*，由36+16*t*2＝25*t*2，可得*t*，

满足条件的△*ABC*可能是直角三角形，故*B*错误；

*a*＝6，4sin*B*＝5sin*C*，*A*＝2*C*，可得*B*＝π﹣3*C*，

由正弦定理可得4*b*＝5*c*，可得*b*，

由，可得，

由sin*C*≠0，可得：4cos2*C*﹣1，解得：cos*C*，或（舍去），

sin*C*，可得sin*A*＝2sin*C*cos*C*＝2，

，可得：*c*＝4，*b*＝5，则*a*+*b*+*c*＝15，

故*C*对；

*a*＝6，4sin*B*＝5sin*C*，*A*＝2*C*，可得*B*＝π﹣3*C*，

由正弦定理可得4*b*＝5*c*，可得*b*，

由，可得，

由sin*C*≠0，可得：4cos2*C*﹣1，解得：cos*C*，或（舍去），

sin*C*，可得：sin*A*＝2sin*C*cos*C*＝2，

，可得：*c*＝4，*b*＝5，

*S*△*ABCbc*sin*A*5×4．

设△*ABC*的内切圆半径为*R*，则*R*，

*S*△*ABOcR*4．故*D*对．

故选：*ACD*．

13．已知△*ABC*，∠*BAC*＝120°，，*AD*为∠*BAC*的角平分线，则

（ⅰ）△*ABC*面积的取值范围为　　．

（ⅱ）的最小值为　9　．

【解答】解：（ⅰ）可设△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，

可得*a*2＝*b*2+*c*2﹣2*bc*cos*A*＝*b*2+*c*2﹣2*bc*•（）≥2*bc*+*bc*＝3*bc*，

即有*bca*212＝4，当且仅当*b*＝*c*＝2取得等号，

则*S*△*ABCbc*sin*Abc*•4，

所以△*ABC*面积的取值范围为（0，]；

（ⅱ）由*S*△*ABC*＝*S*△*ABD*+*S*△*DAC*，

可得*bc*sin120°*c*•*AD*•sin60°*b*•*AD*•sin60°，

化为*bcAD*（*b*+*c*），

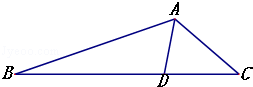
即为*AD*，

所以5≥25＝9，

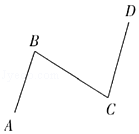
当且仅当*c*＝2*b*时，取得等号，

则的最小值为9．

故答案为：（ⅰ）（0，]，（ⅱ）9．



14．伴随着国内经济的持续增长，人民的生活水平也相应有所提升，其中旅游业带来的消费是居民消费领域增长最快的，因此挖掘特色景区，营造文化氛围尤为重要．某景区的部分道路如图所示，*AB*＝30*m*，，*CD*＝50*m*，∠*ABC*＝∠*BCD*＝45°，要建设一条从点*A*到点*D*的空中长廊，则*AD*＝　40　*m*．



【解答】解：由题可知∠*ABC*＝∠*BCD*＝45°，所以*AB*∥*CD*．

由，

则，

，

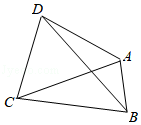
，，

所以，

则．

故答案为：40．

15．如图所示，在平面四边形*ABCD*中，*AB*＝1，*BC*＝2，△*ACD*是以*D*为顶点的等腰直角三角形，则△*BCD*面积的最大值为　1　．



【解答】解：在△*ABC*中，设∠*ABC*＝α，∠*ACB*＝β，*AB*＝1，*BC*＝2，

余弦定理得*AC*2＝12+22﹣2×1×2cosα＝5﹣4cosα，

∵△*ACD*为等腰直角三角形，

设*CD*＝*AD*＝*t*，*ACt*，

∴2*t*2＝5﹣4cosα，

由正弦定理得：，

∴*t*sinβ＝sinα，

则2*t*2sinβ＝2*t*2﹣2*t*2cos2β＝sin2α＝1﹣cos2α，

可得2*t*2cos2β＝2*t*2﹣1+cos2α＝5﹣4cosα﹣1+cos2α＝（2﹣cosα）2，

可得*t*cosβ＝2﹣cosα，

∴*S*△*BCD*•2•*t*•sin（β）

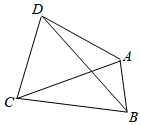
＝*t*sin（β）*t*cosβ*t*sinβ

（2﹣cosα）sinαsin（α）+1，

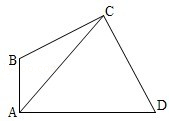
当α时，sin（α）＝1，

（*S*△*BCD*）*max*＝1．

故答案为：1．



16．四边形*ABCD*中，*AB*＝1，*BC*＝5，*CD*＝5，*DA*＝7，且∠*DAB*＝∠*BCD*＝90°，则对角线*AC*长为　4　．



【解答】解：设，

由∠*DAB*＝∠*BCD*＝90°，则∠*D*＝180°﹣θ，

△*ABC*中，，，

则；

△*ACD*中，，，

则；

∵cos（180°﹣θ）＝﹣cosθ，

∴4．

故答案为：4

17．17．在①2*a*cos*C*+*c*＝2*b*，②cos2，③（sin*B*+sin*C*）2＝sin2*A*+3sin*B*sin*C*，这三个条件中任选一个补充在下面的横线上，并加以解答．在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且\_\_\_\_\_\_．

（1）求角*A*的大小；

（2）若*a*，△*ABC*的面积为，求△*ABC*的周长．

【解答】解：（1）选①，由正弦定理得2sin*A*cos*C*+sin*C*＝2sin*B*＝2sin（*A*+*C*）＝2（sin*A*cos*C*+cos*A*sin*C*），

即sin*C*（2cos*A*﹣1）＝0．

因为*C*∈（0，π），

所以sin*C*≠0，

所以．

又*A*∈（0，π），从而得．

选②，因为

，

所以，．

又因为，可得．

选③，因为（sin*B*+sin*C*）2＝sin2*A*+3sin*B*sin*C*，

所以sin2*B*+sin2*C*+2sin*B*sin*C*＝sin2*A*+3sin*B*sin*C*，

即sin2*B*+sin2*C*﹣sin2*A*＝sin*B*sin*C*，

所以*b*2+*c*2﹣*a*2＝*bc*，．

因为*A*∈（0，π），可得，

（2）由余弦定理*a*2＝*b*2+*c*2﹣2*bc*cos*A*，得*b*2+*c*2﹣*bc*＝3，

由*bc*•，得*bc*＝2，

所以*b*+*c*＝3，

故．

18．在△*ABC*中，*a*，*b*，*c*分别是角*A*，*B*，*C*所对的边，已知*a*＝1，，（sin*A*，cos*A*），且⊥．

（1）求角*A*的大小；

（2）若△*ABC*的面积为，求*b*+*c*的值．

（3）求△*ABC*周长的取值范围．

【解答】解：（1）由，（sin*A*，cos*A*），且⊥，

得•sin*A*cos*A*＝0，

∴tan*A*；

又*A*∈（0，π），

∴*A*；

（2）由余弦定理得*a*2＝*b*2+*c*2﹣2*bc*cos*A*，

即1＝*b*2+*c*2﹣2*bc*cos，

∴*b*2+*c*2﹣*bc*＝1；

又△*ABC*的面积为*Sbc*sin*Abc*sin，

∴*bc*＝1，

∴（*b*+*c*）2＝*b*2+*c*2+2*bc*＝2+2×1＝4，

∴*b*+*c*＝2．

（3）由（1）知*A*，*a*＝1，则，

∴*b*sin*B*，*c*sin*C*，*C*＝π﹣*A*﹣*BB*，*B*∈（0，）；

∴*l*＝*a*+*b*+*c*＝1sin*B*sin（*B*）＝1（sin*B*cos*B*）＝1+2sin（*B*），

又*B*∈（0，），∴*B*∈（，），

∴sin（*B*）∈（，1]，

∴2＜1+2sin（*B*）≤3，

△*ABC*周长的取值范围（2，3]．

19．已知*a*，*b*，*c*分别是△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*所对的边，且满足，*c*＝4．

（Ⅰ）求△*ABC*的外接圆的半径；

（Ⅱ）求△*ABC*的面积的最大值．

【解答】解：（Ⅰ）由题意及正弦定理得到，

即，

由余弦定理可得，

所以．

设△*ABC*的外接圆的半径为*R*．

因为，即，

解得．

（Ⅱ）因为*c*2＝*a*2+*b*2﹣2*ab*cos*C*，且*c*＝4，

所以，即，

所以，

当且仅当*a*＝*b*时取等号．

故△*ABC*的面积的最大值为．

20．在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，若*a*sin*B*﹣*b*cos*B*cos*C*＝*c*cos2*B*．

（1）求角*B*的值；

（2）若*A*，且△*ABC*的面积为7，求*BC*边上的中线*AM*的长．

【解答】解：（1）因为*a*sin*B*﹣*b*cos*B*cos*C*＝*c*cos2*B*，

所以由正弦定理可得sin*A*sin*B*﹣sin*B*cos*B*cos*C*＝sin*C*cos2*B*，可得sin*A*sin*B*＝cos*B*（sin*B*cos*C*+sin*C*cos*B*）＝cos*B*sin*A*，

因为sin*A*≠0，可得sin*B*＝cos*B*，即tan*B*，

由*B*∈（0，π），可得*B*．

（2）由已知*A*，则△*ABC*是等腰三角形，∠*C*，设*AC*＝*BC*＝2*a*，

可得*S*△*ABCAC*•*BC*•sin∠*ACB*（2*a*）2sin*a*2，

由已知△*ABC*的面积为7，得*a*2＝7，*a*，可得*AC*＝*BC*＝2，

△*ACM*中，由余弦定理，*AM*2＝*CA*2+*CM*2﹣2*CA*•*CM*•cos

＝（2）2+（）2﹣2×2（）

＝49，

所以*AM*＝7．

21．在△*ABC*中，*a*，*b*，*c*分别是角*A*，*B*，*C*的对边，已知向量，，且．

（1）求cos*B*的值；

（2）若*b*＝2，△*ABC*的面积为，求△*ABC*的周长．

【解答】解：（1）根据题意，向量，，且．

则•（3*a*﹣*c*）cos*B*﹣*b*cos*C*＝0，

又由正弦定理可得（3sin*A*﹣sin*C*）cos*B*﹣sin*B*cos*C*＝0，

即3sin*A*cos*B*﹣sin*C*cos*B*﹣sin*B*cos*C*＝3sin*A*cos*B*﹣sin（*B*+*C*）＝0；

又sin（*B*+*C*）＝sin*A*，所以3sin*A*cos*B*﹣sin*A*＝0，

又*A*∈（0，π），所以sin*A*≠0，则cos*B*

（2）由（1）的结论，cos*B*，则*b*2＝*a*2+*c*2﹣2*ac*cos*B*，即4＝*a*2+*c*2*ac*＝（*a*+*c*）2*ac*，

又由△*ABC*的面积为，即*Sac*sin*B*，sin*B*，

则有*ac*，则*ac*，

则（*a*+*c*）2＝4*ac*＝4+2（1）2，则*a*+*c*1，

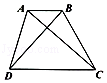
则有*a*+*b*+*c*1+23，

故△*ABC*的周长为3．

22．如图，在梯形*ABCD*中，*AB*∥*CD*，*AB*＝2，*CD*＝5，∠*ABC*．

（1）若*AC*＝2，求梯形*ABCD*的面积；

（2）若*AC*⊥*BD*，求tan∠*ABD*．



【解答】解：（1）设*BC*＝*x*，在△*ABC*中，由余弦定理可得28＝*x*2+4﹣2*x*•2•（），整理可得：*x*2+2*x*﹣24＝0，解得*x*＝4，

所以*BC*＝4，则*S*△*ABC*2×42，

因为*CD*，所以*S*△*ACD*5，

所以*S*梯形*ABCD*＝*S*△*ABC*+*S*△*ACD*＝7；

（2）设∠*ABD*＝α，则∠*BDC*＝α，∠*BAC*α，∠*DBC*α，∠*BCA*＝α，

在△*ABC*中，由正弦定理可得，

在△*BCD*中，由正弦定理可得，

两式相除可得，展开可得，

所以可得5sin2α﹣7sinαcosα﹣2cos2α＝0，

即5tan2α﹣7tanα﹣20，

解得tanα或tanα，

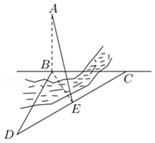
又因为α∈（，），

所以tanα，即tan∠*ABD*．

23．小明在东方明珠广播电视塔底端的正东方向上的*C*处，沿着与电视塔（*AB*）垂直的水平马路*CD*驾驶机动车行驶，以南偏西60°的方向每小时60千米的速度开了15分钟以后，在点*D*处望见电视塔的底端*B*在东北方向上，设沿途*E*处观察电视塔的仰角∠*AEB*＝α，α的最大值为60°．

（1）小明开车从*C*处出发到*D*处，几小时后其所在位置观察电视塔的仰角达到最大值60°，约为多少分钟？（分钟保留两位小数）

（2）求东方明珠塔*AB*的高度约为多少米．（保留两位小数）



【解答】解：（1）依题意知在△*DBC*中∠*BCD*＝30°，∠*DBC*＝180°﹣45°＝135°，

*CD*＝6000015＝15000（*m*），∠*D*＝180°﹣135°﹣30°＝15°，

由正弦定理得，

∴*BC*7500（1）（*m*），

在Rt△*ABE*中，tanα，

∵*AB*为定长，可得当*BE*的长最小时，α取最大值60°，这时*BE*⊥*CD*，

当*BE*⊥*CD*时，在Rt△*BEC*中，可得：*EC*＝*BC*•cos∠*BCE*＝7500（1）•3750（3）（*m*），

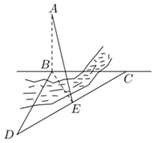
设该人沿南偏西60°的方向走到仰角α最大时，走了*t*分钟，

则*t*4.75（分钟），

（2）由（1）知当α取得最大值60°时，*BE*⊥*CD*，在Rt△*BEC*中，*BE*＝*BC*•sin∠*BCD*，

∴*AB*＝*BE*•tan60°＝*BC*•sin∠*BCD*•tan60°＝7500（1）3750（3）≈4754.81米（*m*）．

即所求塔高为4754.81米*m*．



24．△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，已知．

（1）若*b*，*C*＝120°，求△*ABC*的面积*S*；

（2）若*b*：*c*＝2：3，求．

【解答】解：（1）由正弦定理知，*c*sin*B*＝*b*sin*C*；

由2*a*sin*Cc*sin*B*，得2*a*sin*Cb*sin*C*，故2*ab*，∵*b*，∴*a*＝6；

又*C*＝120°，△*ABC*的面积*S*18，

故△*ABC*的面积*S*为18．

（2）由2*a*，*b*：*c*＝2：3，∴，∴，

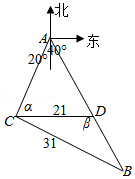
2cos*A*；

；

∴2cos*A*1．

故．

25．某观测站*C*在城*A*的南偏西20°的方向，由城*A*出发的一条公路，走向是南偏东40°，在*C*处测得公路上*B*处有一人，距*C*为31千米，正沿公路向*A*城走去，走了20千米后到达*D*处，此时*CD*间的距离为21千米，问：这人还要走多少千米才能到达*A*城？



【解答】解：在△*BCD*中，由余弦定理得cos*B*，

∴sin*B*，

∴sin∠*ACB*＝sin（60°+*B*）．

在△*ABC*中，由正弦定理得：，

即，解得*AB*＝35，

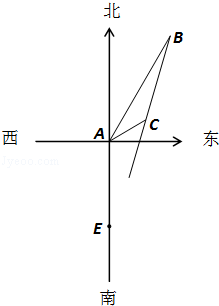
∴*AD*＝*AB*﹣*BD*＝15千米．

∴这人还要走15千米才能到达*A*城．

26．在一个特定时段内，以点*E*为中心的7海里以内海域被设为警戒水域．点*E*正北55海里处有一个雷达观测站*A*．某时刻测得一艘匀速直线行驶的船只位于点*A*北偏东45°且与点*A*相距40海里的位置*B*，经过40分钟又测得该船已行驶到点*A*北偏东45°+θ（其中cosθ，0°＜θ＜90°）且与点*A*相距10海里的位置*C*．

（1）求该船的行驶速度（单位：海里/小时）；

（2）若该船不改变航行方向继续行驶，判断它是否会进入危险水域，并说明理由．



【解答】解：（1）如图，*AB*＝40，*AC*＝10，∠*BAC*＝θ，cosθ，

由余弦定理，*BC*2＝*AB*2+*AC*2﹣2*AB*•*AC*cosθ，

∴*BC*10，

∴该船的行驶速度为：15（海里/小时）．

（2）如图所示，设直线*AE*与*BC*的延长线相交于点*O*，

在△*ABC*中，由余弦定理，得cos*B*

，

从而sin*B*，

在△*ABQ*中，由正弦定理，得：

40，

∴*AE*＝55＞40＝*AQ*，且*QE*＝*AE*﹣*AQ*＝15，

过点*E*作*EP*⊥*BC*于点*P*，

在Rt△*QPE*中，*PE*＝*QE*•sin∠*PQE*＝*QE*•sin∠*AQC*＝*QE*•sin（45°﹣∠*B*）

＝153，

∴船会进入危险水域．

