1. 三角函数的积化和差公式









2. 三角函数的和差化积公式









**3.半角公式**

①；

②；

③

注：根据角所在的象限，判断符号：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| 第一象限 | 第一、三象限 | ＋、－ | ＋、－ | ＋ |
| 第二象限 | 第一、三象限 | ＋、－ | ＋、－ | ＋ |
| 第三象限 | 第二、四象限 | ＋、－ | －、＋ | － |
| 第四象限 | 第二、四象限 | ＋、－ | －、＋ | － |

**4.辅助角公式**

1）. 辅助角公式：；

2）. 辅助角公式推导：

，

令，

则，

其中角所在象限由的符号确定，角的值由共同确定.

3）. 常见辅助角公式结论：

（1）；

（2）；

（3）；

（4）；

（5）；

（6）.

1．2cos50°（　　）

A．1 B． C． D．

【解答】解：2cos50°

．

故选：*C*．

2．已知α∈（0，2π），且1+cosα＝4sinα，则sin（　　）

A． B． C．或1 D．或1

【解答】解：∵α∈（0，2π），

∴可得∈（0，π），sin0，

∵1+cosα＝4sinα，

∴2cos28sincos，

∴当cos0时，可得sin1；

当cos0时，可得cos4sin，可得sin2cos2sin2（4sin）2＝17sin21，解得sin；

综上，sin1，或．

故选：*D*．

3．若cosα（1tan10°）＝1，则α的一个可能值为（　　）

A．70° B．50° C．40° D．10°

【解答】解：∵，

∴cosα

＝cos40°，

∴α的一个可能值为40°．

故选：*C*．

4．（　　）

A． B．1 C．﹣1 D．

【解答】解：

．

故选：*D*．

5．若cos78°＝*m*，则sin（﹣51°）＝（　　）

A． B． C． D．

【解答】解：∵cos78°＝*m*，

∴cos（180°﹣78°）＝cos102°＝﹣cos78°＝﹣*m*，可得1﹣2sin251°＝cos102°＝﹣*m*，

∴sin251°，解得：sin51°，

∴sin（﹣51°）．

故选：*A*．

6已知2+5cos2α＝cosα，，，，则cosβ的值为（　　）

A． B． C． D．

【解答】解：因为2+5cos2α＝2+5（2cos2α﹣1）＝cosα，

整理可得：10cos2α﹣cosα﹣3＝0，

解得cosα，或，

又因为，

所以cosα，可得sinα，

∴α，

可得cos2α＝2cos2α﹣1，sin2α＝2sinαcosα，

因为，，

所以2α+β∈（2π，2π），

故sin（2α+β），

所以cosβ＝cos[（2α+β）﹣2α]＝cos（2α+β）cos2α+sin（2α+β）sin2α（）．

故选：*B*．

7．已知*s*，则（　　）

A． B． C．3 D．2

【分析】由二倍角化简，sin2α＝2sinαcosα，可得，弦化切，即可求解．

【解答】解：由sin2α＝2sinαcosα，

可得，

∴，

即tan2α﹣3tanα+1＝0．

可得．

故选：*C*．

8． 若2sin（α）＝3sinα，则tan2α＝（　　）

A． B． C． D．

【解答】解：∵2sin（α）＝sinαcosα＝3sinα，

即 2sinαcosα，即 （sinαcosα ），

即sin（α+θ）＝1，其中，cosθ，sinθ，

∴α+θ＝2*k*π，*k*∈**Z**，∴α＝2*k*πθ，*k*∈**Z**，

∴sinα＝sin（2*k*πθ）＝cosθ，cosα＝cos（2*k*πθ）＝sinθ，

则tanα，∴tan2α4，

故选：*A*．

9．下列各式与tanα相等的是（　　）

A． B．

C． D．

【解答】解：对于*A*，，

对于*B*，tanα，

对于*C*，，

对于*D*，tanα．

故选：*BD*．

10．已知cosα，则等于（　　）

A． B． C． D．

【解答】解：由cosα得．

＝2（sinα+cosα）

当；当．

故选：*CD*．

11．tan（　　）

A． B． C． D．

【解答】解：因为tan，*A* 正确；

∵sin2α＝1﹣cos2α

∴tan，*C*正确；

故选：*AC*．

12.已知实数*a*，*b*，满足，当取最大值时，tanθ＝（　　）

A． B．1 C． D．2

【解答】解：由得*a*2+4*b*2＝8，

利用辅助角公式可得：

sin（θ+φ）2，其中tanφ，

所以最大值为2，当且仅当*a*＝2*b*＝2时成立，

所以2sin（θ），

则θ2*k*π，*k*∈**Z**，则tanθ＝1，

故选：*B*．

13．已知tan（）＝2，则sin（2）的值等于　　．

【解答】解：由tan（）＝2，得，即，解得tanα＝﹣3．

∴sin（2）＝sin2αcoscos2αsin

．

故答案为：．

14．　1　．

【解答】解：

．

故答案为：1．

15．已知，且，则　　．

【解答】解：∵sin（θ）＝sin[（θ）]＝cos（θ），

∴cos4（θ）﹣sin4（θ）＝[cos2（θ）+sin2（θ）][cos2（θ）﹣sin2（θ）]

＝cos2（θ）＝cos（2θ）＝cos（2θ）＝sin2θ，

∵，且，

∴4θ∈[0，π]，

则4θ∈[，π]，

即2θ∈[，]，

由1﹣2sin22θ，

得sin22θ，则sin2θ，

故答案为：．

16．设*a*、*b*是非零实数，*x*∈**R**，若，则　　．

【解答】解：∵，

∴（*a*2+*b*2）（）＝1，

即sin4*x*+cos4*x*（sin2*x*+cos2*x*）2，

即2sin2*x*cos2*x*＝0，

即（）2＝0，

即，

即，

则（sin2*x*+cos2*x*），

即（sin2*x*+cos2*x*）[（）1007]＝（）1007，

故答案为：

17．计算：

（1）tan75°；

（2）．

【解答】解：（1）．

（2）（1）（）2．

18．已知．

（1）求sinαcosα+cos2α的值；

（2）已知α∈（0，π），，且tan2β﹣6tanβ＝1，求α+2β的值．

【解答】解：（1）由已知可得2sinα＝﹣cosα，则tanα，

所以sinαcosα+cos2α；

（2）由tan2β﹣6tanβ＝1，可得tan2β，

则tan（α+2β）1，

因为，所以2β∈（0，π），又tan2β，

则2，

因为α∈（0，π），tan，则，

则，

所以．

19.已知函数*f*（*x*）＝sin4*x*+2sin*x*cos*x*﹣cos4*x*．

（1）求*f*（*x*）的最大值及取得最大值时相应的自变量*x*的取值集合．

（2）若函数*g*（*x*）＝*f*（ω*x*）在区间[0，π]内恰有四个不同的零点*x*1，*x*2，*x*3，*x*4．

①求实数ω的取值范围；

②当|*x*1﹣*x*2|＝|*x*3﹣*x*4|时，求实数ω的值及相应的四个零点．

【解答】解：（1）函数*f*（*x*）＝sin4*x*+2sin*x*cos*x*﹣cos4*x*

＝sin2*x*﹣cos2*x*+sin2*x*

＝sin2*x*﹣cos2*x*

sin（2*x*），

当2*x*2*k*π，即*x*＝*k*π（*k*∈**Z**）时，*f*（*x*）取得最大值为；

此时*x*的取值范围是{*x*|*x*＝*k*π，*k*∈**Z**}．

（2）函数*g*（*x*）＝*f*（ω*x*）sin（2ω*x*），

①函数*g*（*x*）在区间[0，π]内恰有四个不同的零点的充分必要条件为

即，解得ω；

②|*x*1﹣*x*2|＝|*x*3﹣*x*4|或；

若，解得ω＝1，此时在区间[0，π]内只有两个零点，不符合题意，舍去；

若，解得ω＝2，此时在区间[0，π]内恰有四个零点，它们分别是、、、；

综上所述，ω＝2，相应的四个零点分别是、、、．

20．已知α∈（0，π），且．

（1）求的值；

（2）求值．

【解答】解：（1）∵α∈（0，π），且，

∴可得：﹣cosα﹣sinα，即cosα+sinα，两边平方可得：1+2cosαsinα，可得2cosαsinα，

∴α为钝角，cosα＜0，

∴cosαsinα（1+sinα）+1+cosα＝cosα﹣sinα．

（2）∵由（1）可得：α∈（0，π），cosα+sinα0①，

∴α∈（，π），

又∵cos2α+sin2α＝1，②

∴由①②解得cosα，sinα，

∴．

21．已知α，β为锐角，tanα，cos（α+β）．

（1）求cos2α的值；

（2）求tan（α﹣β）的值．

【解答】解：（1）由，解得，

∴cos2α；

（2）由（1）得，sin2，则tan2α．

∵α，β∈（0，），∴α+β∈（0，π），

∴sin（α+β）．

则tan（α+β）．

∴tan（α﹣β）＝tan[2α﹣（α+β）]．

22．设，．

（1）求sin（α﹣β）的值；

（2）求α﹣β的值．

【解答】解：（1）∵，∴，

又∵，，

联立，解得，

∴sin（α﹣β）＝sinαcosβ﹣cosαsinβ；

（2）∵，∴，

又∵，∴，

而，∴．

23．已知3

（1）求的值；

（2）若*x*是第三象限的角，化简三角式，并求值．

【分析】（1）把已知等式左边分子分母同时除以cos*x*，化为含有tan*x*的方程得答案；

（2）由角*x*的范围，得到cos*x*＜0，把要化简的式子分母化为单项式，开放后化为含有tan*x*的代数式得答案．

【解答】解：（1）∵由3，得cos*x*≠0，

则3，解得：tan*x*＝2；

∴．

（2）∵*x*是第三象限的角，

∴cos*x*＜0．

又tan*x*＝2．

∴

＝﹣2tan*x*

＝﹣4．

24．已知．

（1）求的值；

（2）若，且，求α+β的值．

【解答】解：（1）∵，

∴．

∴．…7

（2）∵，且∴

∴，

∴，

∴．∴．

∴，

又∵，

∴． …14