**2020-2021学年高一上学期期末考试解答题压轴题专练（三）**

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_得分：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

一、解答题

1. 已知函数．

若函数的定义域为*R*，求实数*t*的取值范围；

若函数的定义域为*D*，且满足如下两个条件：  
在*D*内是单调递增函数；  
存在，使得在上的值域为，那么就称函数为“希望函数”，若函数是“希望函数”，求实数*t*的取值范围．

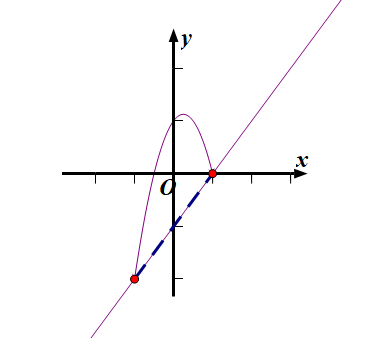
【答案】解：因为的定义域为*R*，所以恒成立，所以恒成立，因为，所以，所以*t*的取值范围．  
因为函数是“希望函数”，所以在上的值域为，且函数是单调递增的所以，即是的两个根，设，因为，所以，有2个不等的正实数根，，且两根之积等于解得实数*t*的取值范围是．

【解析】本题考查了函数与方程的综合应用，是一道难题．  
根据函数的单调性得出{{\rm \log}}_{a}\left({a}^{ \frac{x}{2}}+t\right)=x有两解，令，则关于*m*的方程有两解，根据二次函数的性质得出*t*的范围．

1. 已知函数，其中．

当时，求函数的单调递减区间；

对满足有四个零点的任意实数*a*，当时，不等式恒成立，求实数*m*的取值范围．

【答案】解：当时，  
由图知函数的单调递减区间为  
；  
当时，由知此时函数不满足要求．  
当时，，此时函数为二次或者一次函数，不满足要求．  
当时，  
当时，，有两个零点，，均满足要求．  
对称轴，  
此时．  
当时，，函数有两个零点，则，得，对称轴，  
而，  
所以符合要求．  
当时，．  
因为，所以，  
所以，  
综上所述．

【解析】本题考查分段函数，函数单调性最值，二次函数，函数零点，基本不等式，不等式性质及恒成立问题，综合性较强，有一定的难度．  
将时，去绝对值符号可得解析式，根据图象可得的单调减区间；  
对*a*分类讨论，判断是否满足有四个零点，再将当时，不等式恒成立转化为当时，即可求解．

1. 已知函数为偶函数．

Ⅰ求实数*a*的值；

Ⅱ证明在上为增函数；

Ⅲ若关于*x*的方程有两个不等的实根，求实数的取值范围．

【答案】Ⅰ解：函数为偶函数，  
，有，  
即，  
对任意实数*x*，上式恒成立，；  
Ⅱ证明：任取，，且，  
   
   
，  
又由，得，，  
即，，  
，即，  
由单调性定义可得在上为增函数；  
Ⅲ解：，，  
，  
即，  
由Ⅰ，Ⅱ知，函数为偶函数，在上为增函数，  
易知  
当时，即，代入原方程  
，  
解得，  
此时方程仅有一个根，所以不符合题意；  
令，，  
则任取，关于*x*的方程均有两个不同的实数根，  
因此若原方程有两个不同的实数根，  
只要关于*u*的方程在上满足：  
当时，有两个相等的实数根，或者一个实数根且另一个实数根小于，  
，  
设函数，  
或者，  
解得或，  
当时，，  
解得，此时原方程有两个不等的实数根，符合题意，  
综上，或．

【解析】本题考查函数的奇偶性，函数的单调性，二次函数的零点与一元二次方程解的关系，函数与方程的综合应用，考查运算化简的能力，分类讨论思想，化归与转化思想，属于综合题．  
Ⅰ由偶函数定义可得恒成立解得*a*即可；  
Ⅱ利用函数单调性定义和指数函数的性质证明可得；  
Ⅲ关于*x*的方程有两个不等的实根，即，有两个不等的实根，当时，即，代入原方程解得，不合题意，令，，则任取，关于*x*的方程均有两个不同的实数根，因此若原方程有两个不同的实数根，只要关于*u*的方程在有一个根，按与讨论可得．

1. 已知不等式的解集为，记函数   
   求证：函数必有两个不同零点；  
   若函数的两个零点分别为求得取值范围；  
   是否存在这样的实数使得函数在上的值域为若存在，求出*t*的值及函数的解析式，若不存在，请说明理由。

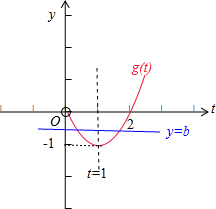
【答案】证明：不等式的解集为，等价于，且同时成立，综合可知且，  
由题意，，从而判别式，  
函数必有两个不同零点；  
解：，  
由不等式的解集为可知方程的两个根分别为1和，根据韦达定理有，  
故有，易得的取值范围为  
解：假设存在满足题意的实数*a*，*b*，*c*及*t*，  
此时，  
，  
函数的对称轴为，  
从而在上的最小值为，即，  
故要使函数在上的值域为\;[{\rm \;-}6,12\;]\;，只需即可，  
若，即，此时，，  
则有，解得，符合题意，  
此时，，，，，函数，  
若，即，此时，，  
则有，解得或舍去，  
综上，，，，，时，函数在上的值域为\;[{\rm \;-}6,12\;]\;，  
此时，函数．

【解析】本题考查一元二次不等式与相应函数和方程的关系，函数的零点与方程根的关系，二次函数，函数定义域与值域，函数的最值，考查运算化简的能力，考查分类讨论思想，化归与转化思想，属于综合题．  
由题意知，且，则的判别式，可得结论；  
，由，问题转化为，易得结论；  
假设存在满足题意的实数*a*，*b*，*c*及*t*，化简，根据对称轴讨论可得．

1. 已知函数的定义域为*M*，函数．

Ⅰ求函数的值域；

Ⅱ当时，关于*x*方程有两不等实数根，求*b*的取值范围．

【答案】解：由，  
解得，或，  
或，  
，  
令，则或，  
则，  
当时，；  
当时，，  
所以值域为；  
有两不等实数根，  
函数的图象和直线有2个交点，  
数形结合可得，，即*b*的范围．

【解析】本题主要考查对数函数的图象和性质综合应用，二次函数的性质，体现了转化以及数形结合的数思想，属于中档题．  
由，求得*x*的范围可得或；令，则或，故，可得函数的值域；  
由题意可得函数的图象和直线有2个交点，数形结合可得*b*的范围．

1. 设函数是偶函数．  
   求*k*的值，并求不等式的解集；  
   若不等式对任意实数*x*恒成立，求实数*m*的取值范围；  
   设函数，若方程在上有解，求实数*n*的取值范围．

【答案】因为是偶函数，所以恒成立，即 恒成立，  
也即恒成立，所以   
由得，解得或，即或，  
所以不等式的解集为     
不等式即为，即，                
因为，当且仅当时取等号    
所以，由函数在上是增函数知的最小值为3，所以，  
故实数*m*的取值范围是       
在上有解，  
因为，所以，所以条件等价于在上有解   
令，则，令，则*u*在上单调递增，  
因此，，．  
设， 在上单调递增；在上单调递减          
所以函数在时取得最小值，且最小值，所以  
从而满足条件的实数*n*的取值范围是．

【解析】本题主要考查函数奇偶性的应用，以及利用参数分离法进行转化求最值，结合基本不等式的性质是解决本题的关键．

求出表达式，结合指数函数的运算法则转化为一元二次不等式进行求解即可；

利用参数分离法，结合基本不等式的性质进行转化求解即可；  
构造新函数，判断单调性病根据单调性找到满足的条件求出*n*的范围．

1. 设函数，其中*m*，．  
   若，求函数在区间上的取值范围；  
   若时，且函数在区间上恰有一个零点，求实数*m*的取值范围；  
   若，对任意的、，都有，求*n*的取值范围．

【答案】解：当时，，  
，  
令，  
，，  
，  
此二次函数的对称轴为，  
．  
时，，  
当时，，  
令，得，  
则符合题意；  
当时，  
且，  
解得或舍；  
，  
解得，  
当时，，  
此时，解得或，  
在有一个零点，满足题意；  
当时，，  
此时，解得或，  
在有两个零点，不合题意．  
综上所述，*m*的取值范围为；  
时，，对称轴为，  
当，即时，此时对任意的，  
都有  
，  
解得；  
当，即时，  
此时需要满足，解得；  
当时，即，此时对任意的，  
都有  
，  
解得．  
综上所述，*n*的取值范围为．

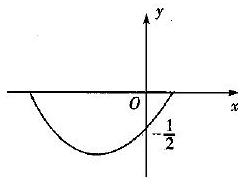
【解析】

本题考查二次函数的最值、零点、恒成立问题，具有较大难度．  
求复合函数的值域，通过换元转化成二次函数求解；  
考查根据函数的零点，求实数*m*的取值范围，注意分类讨论；  
考查不等式恒成立的问题，注意分类讨论．

1. 已知函数是偶函数．  
   求*k*的值；  
   若方程有实数根，求*b*的取值范围；

【答案】解：因为为偶函数，  
所以，，  
即{{\rm \log}}_{9} ({9}^{-x}+1)-kx={{\rm \log}}_{9} ({9}^{x}+1)+kx对于恒成立．  
即2kx={{\rm \log}}_{9} ({9}^{-x}+1)-{{\rm \log}}_{9} ({9}^{x}+1)={{\rm \log}}_{9} ( \dfrac{{9}^{-x}+1}{{9}^{x}+1})={{\rm \log}}_{9} ({9}^{-x}){\rm =-}x恒成立，  
即恒成立，  
而*x*不恒为零，所以k{\rm =-} \dfrac{1}{2}．  
方程有实数根，即{{\rm \log}}_{9} ({9}^{x}+1)-x=b有实数根，  
令g(x)={{\rm \log}}_{9} ({9}^{x}+1)-x，  
则函数的图象与直线有交点，  
g(x)={{\rm \log}}_{9} ( \dfrac{{9}^{x}+1}{{9}^{x}})={{\rm \log}}_{9} (1+ \dfrac{1}{{9}^{x}})，  
任取、，且，  
则，，  
则，  
即，  
所以在({\rm -∞,+∞})上是单调减函数，  
，  
，若函数的图象与直线有交点，则．

【解析】本题考查的知识点是对数函数的图象和性质，熟练掌握对数函数的图象和性质，是解答的关键，属中档题．  
因为为偶函数所以，代入求得*k*的值即可；  
方程有实数根，即{{\rm \log}}_{9} ({9}^{x}+1)-x=b有解，令g(x)={{\rm \log}}_{9} ({9}^{x}+1)-x，则函数的图象与直线有交点，从而可求出*b*的取值范围．

1. 已知函数的部分图象如图所示，且相邻的两个最值点的距离为．  
   

Ⅰ求函数的解析式；

Ⅱ若将函数的图象向左平移1个单位长度后得到函数的图象，关于*x*的不等式在上有解，求*a*的取值范围．

【答案】解：Ⅰ依题意得的最大值为1，最小值为，  
设的最小正周期为*T*，  
则，  
得，  
又，  
，  
，  
的图像经过点，  
，  
，  
，  
函数的解析式为；  
Ⅱ将函数的图像向左平移1个单位得到函数的图像，  
，  
当时，，  
则，  
关于*x*的不等式在上有解，  
可得，  
解得或，  
综上可得*a*的取值范围是．

【解析】本题考查函数的图像和性质及不等式有解问题，属中档题．  
Ⅰ由，得周期，进而可得，由的图像经过点，求出，故可得函数的解析式；  
Ⅱ写出的解析式，进而得的最小值，故不等式在上有解，等价于，解出*a*即可．