**2020-2021学年高一上学期期末考试解答题压轴题专练（二）**

班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_得分：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

一、解答题

1. 已知函数．  
   当 时，求不等式 的解集；  
   若函数的值域为*A*，且，求*a*的取值范围．

【答案】解：当时，，  
当时，原不等式可化为，解得，  
当时，原不等式可化为，  
解得，此时原不等式无解，  
当时，原不等式可化为，解得，  
综上可知，原不等式的解集为或；  
当时，  
   
所以函数的值域，  
因为，  
所以  
解得；  
当时，  
   
所以函数的值域，  
因为，  
所以，解得，  
综上可知，*a*的取值范围是

【解析】本题考查了绝对值不等式，不等式求解，函数值域，集合关系的参数问题，考查了分类讨论思想，属于中档题．  
根据当时，，然后用零点分段法分段解不等式，最后综合即可求解；  
分为，两种情况，分别将化为分段函数，求出值域*A*，然后结合，建立关于*a*的不等式求解即可．

1. 已知函数，其中．  
   判断函数的奇偶性，并说明理由；  
   记点，求证：存在实数*a*，使得点*P*在函数图像上的充要条件是；  
   对于给定的非负实数*a*，求最小的实数，使得关于*x*的不等式对一切恒成立．

【答案】解：函数的定义域为*R*   ，  
   当时，为偶函数；  
当时，由，，得，且， 为非奇非偶函数  
         
证明：充分性：已知，取，

则

，

 所以点*P*在函数图像上，

 必要性：已知存在实数*a*，使得点*P*在函数图像上，

则

由于可知：具有如下两个性质：  
对任意，均有；  
对任意负实数，不等式的解集为，

当时，的最小值为0，理由如下：

若，取，，

由性质可知，，即不满足，

由性质可知，满足，  
当时，的最小值为，理由如下：  
若，取，，  
由性质可知，，即不满足，

若，当时，由性质可知：，

当时，，由性质，

所以对任意x∈[ \dfrac{a−1}{2},+{\rm ∞})恒成立，即满足，

综上：

【解析】本题主要考查函数的奇偶性，充分条件，必要条件的判断以及不等式恒成立问题，属于综合题．  
  当，时分别判断函数的奇偶性  
充分性：已知，取，得出， 所以点*P*在函图像上，必要性：已知存在实数*a*，使得点*P*在函数图像上，则  
关于*x*的不等式对一切恒成立由于可知：具有如下两个性质：  
对任意，均有；  
对任意负实数，不等式的解集为，  
  
当时，  当时，分别求的最小值，最终综合得出结果．

1. 已知函数   
   解不等式  
   记的最小值是*m*，正实数满足，求的最小值．

【答案】解：，

，

或，

解得或，

不等式的解集为或．

，

函数的最小值为，

，

，

，

解得，

当且仅当时等号成立，

故的最小值为．

【解析】本题考查绝对值不等式的解法及基本不等式的应用，考查学生的计算能力和推理能力，属于中档题．

用零点分区间讨论求解即可；

利用绝对值不等式求得函数的最小值为，再根据基本不等式求解即可．

1. 已知函数是定义域在*R*上的奇函数，且．  
   求实数*a*、*b*的值；  
   判断函数的单调性，并用定义证明；  
   解不等式：．

【答案】解：由题意可知定义域在*R*上的奇函数可得，，  
即：，解得：，  
即实数、  
由，函数在*R*上为增函数，  
证明：在*R*上任，，且，  
则，  
，，  
，即，  
函数在*R*上为增函数；  
不等式，  
等价转化为：，  
定义域在*R*上的奇函数，  
，  
又函数是*R*上的增函数，  
，  
由  
解得：，  
原不等式的解集为

【解析】本题主要考查函数的奇偶性，单调性的证明及运用，对数的计算能力，属于中档题．  
根据定义域在*R*上的奇函数可得，即可求解实数*a*、*b*的值；  
利用定义证明单调性  
利用函数的单调性和奇偶性即求解不等式．

1. 如果函数在定义域的某个区间上的值域恰为，则称函数为上的等域函数，称为函数的一个等域区间．

若函数，，则函数存在等域区间吗？若存在，试写出其一个等域区间，若不存在，说明理由．

已知函数，其中且，，．

当时，若函数是上的等域函数，求的解析式；

证明：当，时，函数不存在等域区间．

【答案】解：函数存在等域区间，如；

已知函数，其中且，，．

当时，

若函数是上的等域函数，

当时，为上的增函数，

则，得，此时；

当时，为上的减函数，

则，得，不满足条件．

综上所述，；

证明：当，时，，即，

则为*R*上的减函数，

假设函数存在等域区间，，

则

两式作差得，

即 ，

，，  
，，，

则，

等式不成立，即函数不存在等域区间．

【解析】

本题考查函数的单调性，函数的解析式及函数的定义域与值域，考查新定义问题，属于中档题，  
函数存在等域区间，如；  
当时，；当时，，即可求解；  
假设函数存在等域区间，则，得出等式不成立即可．

1. 已知函数．  
   若，对任意有恒成立，求实数*k*取值范围；

设，，若，问是否存在实数*m*使函数在上的最大值为0？若存在，求出*m*的值；若不存在，说明理由．

【答案】解：由，且可得，  
，，

解得，

则在上单调递减，在上单调递增，

在上单调递减，

，由有对任意，

所以，

所以．

，  
由可得，

即，又，

，，

易知在单调递增．

令，则，

令，则，

，，

，在有意义，

对任意的都有恒成立，

即，

，

．

二次函数开口向上，对称轴为直线，  
对称轴在区间的左侧，

所以在区间上单调递增，

时，时，，

设存在满足条件的实数*m*则：

若，则为减函数，，

即，

所以，舍去；  
若，则为增函数，

，

即，

所以，舍去；

综上，不存在满足条件的实数*m*．

【解析】本题考查函数的单调性，恒成立，最值问题，属于难题．  
由得，恒成立等价于恒成立，由即可求解；  
先求出，令，则，再根据函数的最大值为零求解即可．

1. 在已知函数，的图象与*x*轴的交点中，相邻两个交点之间的距离为，且图象上一个最低点为．

求的解析式及的单调递减区间；

当时，求的值域．

【答案】解：由题意知，，，故，  
，  
又图象上一个最低点为，  
，，  
，而，  
，  
；

由得，．  
的单调递减区间为，，  
，，

，，  
，  
．  
即的值域为．

【解析】本题考查由的部分图象确定其解析式，考查正弦函数的单调性与最值，属于中档题．  
由题意知，相邻两个零点之间距离为半周期，可求得，由最低点坐标，可求得，从而可求的解析式；  
由正弦函数的单调减区间即可求得的单调递减区间；  
由*x*的范围求出的取值范围，再利用正弦函数的单调性即可求得的值域．

1. 已知，函数．

若函数恰有2个零点，求实数*a*的取值范围；

若，求实数*x*的取值范围．

【答案】解：由得，

由得或，

若函数恰有2个零点，则2个零点分别为0，4时，可得，

若2个零点分别为0，7时，可得，

若2个零点分别为4，7时，零点0必然出现，不符合题意，

故实数*a*的取值范围为

设 当时，，必无解，

当时，或，

情况一：当时，可得*u* ，即，

时，，则 ，

时，，因为，无解，

因此实数*x*的取值范围是

情况二：当时，可得，即*f* ，时，，则，

时，，则 ，因此实数*x*的取值范围是，

情况三：当时，可得，即，

 时，，则，

*x* 时，，则，因此实数*x*的取值范围是

情况四：当*a* 时，可得 或，即  或

时， 或 ，则 或，

*x* 时，或或或或，

因为故，

因此*i*．时，

实数*x*的取值范围是

当时，

实数*x*的取值范围是

当时，实数*x*的取值范围是．

【解析】本题主要考查了分段函数的零点，换元法解不等式，分类讨论的思想，考查了运算能力，属于难题．  
根据*a*的范围分类讨论，即可求出不等式的解．  
根据分段函数每段上函数的零点，结合零点个数可求出*a*的取值范围；  
设 当时，，必无解，当时解得或，